

کلیات ریاضی

مصنفہ و مرتبہ

۱۵
مالہ امر ناتھ صاحب اگر وال ہیمڈ ماسٹر سکول داء پٹنہ تحصیل موگا

برائے افادہ طلبہ

جماعت ہشتم اینگلو ورنیکلر - ورنیکلر مدارس

ہے۔ وی۔ و۔ ایس۔ وی کلاس



کتاب خانہ طبیب | Facebook

حسب فرمائش

لہ مہر چند اینڈ سنٹر پبلیشرز پبلشرز - موگا

ضلع فیروز پور

فی جلد ۱۱۲

قیمت

منقولہ عام پریس لاہور

انتظام پنجاب

عام دیہاتی آبادی۔ اڈلت سکول طلباء۔ چوتھی جماعت
بچے مڈل اور انٹرنس کے طالب علم اس کتاب سے یکے
فائدہ اٹھا سکتے ہیں دیہاتی آبادی اپنی معلومات میں اضافہ کر سکا
چوتھی جماعت کے بچے باتوں باتوں میں بڑی باتیں سمجھنے لگے
کر سکتے ہیں مڈل اور انٹرنس کے طالب علم اپنے امتحانی سوال کے جواب
فاطر خواہ لکھ سکتے ہیں۔ لہذا یہ کتاب ہر کاغذ پھول اور بوڑھوں کے
ہر اس شخص کے لئے جسے انتظام حکومت پنجاب کی نسبت کچھ واقفیت
مطلوبہ ہو اس کتاب کے مطالعہ سے فائدہ اٹھائے طرہ یہ کہ کتاب
نہایت آسان اور سلیس زبان میں طرز سوال و جواب لکھی گئی ہے
۱۱
مہر حیدر اینڈ سنز تاجران کتب گاہ خلع فیروز پور

دیباچہ

سب سے پہلے میں اُن اصحاب کا شکریہ ادا کرتا ہوں جنہوں نے مجھے اس جھوٹی سی کتاب لکھنے کے لئے ابھارا۔ اور گاہے گاہے تشرین کو اپنی اعلیٰ اور قیمتی راؤں سے مستفید فرماتے رہے ہیں۔ اپنے تعلیمی تجربے سے یہ بات معلوم کی کہ کسی مشکل سوال کا خدا داد لیاقت سے حل کر لینا کچھ اور بات ہے۔ لیکن ایک اصول مد نظر رکھ کر اُس کے مدارج میں سے گزرتے ہوئے کسی کام کے انجام یا انجام کو پہنچنا اُس کام کے کرنے کا ذہنگ یا طریقہ۔ گہری قاعدہ ہوتا ہے۔ جن پر چلکر ہر ایک آدمی اپنے اصل مطلب یا مدعا کو پہنچتا ہے۔ پس ہم خواہ کسی کام کے کرنے میں کامیاب ہوں یا ناکامیاب۔ لیکن ہمیں ہر ایک کام کسی قاعدے یا طریقے یا اصول کے مطابق کرنا چاہیے۔ جس سے کامیابی یقینی ہے۔ ناکامیابی کی صورت میں ہماری سہو ہوگی۔ لیکن اس صورت میں ہمیں کوئی آدمی بے اصول نہیں کہہ سکیگا۔ اس جھوٹی سی کتاب میں علم یا مافی کے تمام اصولوں کو جمع کر کے مختصر صورت میں ظاہر کیا گیا ہے۔ جن کو مد نظر رکھتے ہوئے علم ریاضی کے تمام مرحلوں سے گزر جانا ایک آسان بات ہے۔

اول وہ تمام گروہ جو ہندی حساب اور پیمانہ جماعتوں میں طلباء کو سکھائے جاتے ہیں۔ اور ہر قسم کے پیمانے جن کا تعلق روزانہ زندگی سے پڑتا ہے درج ہیں۔ جن سے طالب علموں کو واقفیت حاصل کرنی لازمی ہوتی ہے۔

بعد ازاں وہ مختلف طریق جو زبانی حساب میں مستعمل ہوئے
ہیں۔ ان کے تمام مدارج کو بآد فضاحت درج کیا گیا ہے۔ مشکل
مسائل کو تمثیلات کے ذریعے سمجھایا گیا ہے

۲۔ زبانی حساب کے لئے ضرب اور تقسیم کا کافی مسالہ
دیا گیا ہے۔ نوکیٹیاں۔ نظر سے اجزا معلوم کرنا وغیرہ وغیرہ درج
کئے گئے ہیں۔ حساب کے پرائمری سے لے کر ہڈل تک اور
جے۔ وی دایس۔ وی وغیرہ کے قاعدے اور تعریفیں شامل
دے کر واضح کئے گئے ہیں۔

۳۔ جیومیٹری کے تمام اصول اور کئے اور شکل گتھیوں کے
عمل اور عملی اشکال بنانے کے طریق درج ہیں۔

۴۔ الجبر کے بنیادی اصول۔ علوم متعارفہ۔ جمع۔ تفریق۔
ضرب۔ تقسیم۔ عمل علامات اور کئے درج کئے گئے ہیں۔ اور بعض
مسائل کو علم ریاضی کی ہر شاخوں سے ثابت کر کے دکھایا گیا
ہے۔

۵۔ ہر شاخوں کی شق کے متعلق نہایت مشکل اور دقیق سوالات
جنہیں درج شدہ کلیات کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔ اور طالب علم کو اپنی
ذہنی تربیت کا امتحان دینا پڑتا ہے۔ دئے گئے ہیں۔ جن کو حل کرنے
سے طالب علم میں ہر مشکل سوال کو حل کرنے کا حوصلہ پیدا ہو جاتا ہے۔
اگر مخالفہ کنندگان اصحاب اس میں کوئی غلطی دیکھیں تو عاجز
مطلع کریں۔ میں ایسے اصحاب کا دل سے مشکور ہوں گا۔ اگر ناظرین
علم ریاضی نے اس کتاب کو پسند فرما کر میری حوصلہ افزائی کی تو عظیم
ہی ایک کتاب اثار ریاضی تھی یہ ناظرین کو ہوگا +

بیلا منڈ :- امرتاختہ اگر وال۔ مقام داؤد دھریں مو

دنوں کے نام

زبان	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
پنجابی نام	سوموار	منگلوار	بدھوار	جمعرات	شکراوار	سنچوار	اتوار
انگریزی نام	Monday	Tuesday	Wednesday	Thursday	Friday	Saturday	Sunday
فارسی نام	دوشنبہ	سینہ	چار شنبہ	پنج شنبہ	آدینہ	شنبہ	یک شنبہ

مہینوں کے نام

- فارسی مہینوں کے نام :- فروردی - بہشت - خرداد - تیر - اسرداد -
 شہریور - مہر - آبان - آذر - دے - بہمن - اسفندار
 ۱۔ پنجابی نام :- چیت - بیساکھ - جیٹھ - ہارٹ - ساون - بھادوں -
 اسونج - کٹک - کھر - پوہ - ماگھ - پھالگن -
 ۲۔ انگریزی نام :- جنوری - فروری - مارچ - اپریل - مئی - جون -
 جولائی - اگست - ستمبر - اکتوبر - نومبر - دسمبر
 ۳۔ اہل اسلام کے نام :- محرم الحرام - صفر المعظم - ربیع الاول - ربیع الثانی -
 جمادی الاول - جمادی الثانی - رجب المرجب - شعبان -
 رمضان المبارک - شوال - ذیقعد - ذی الحجہ -

انگریزی مہینوں کے دن

جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون
31	28, 29	31	30	31	30
جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر
31	31	30	31	30	31

نوٹ:- جو سہ چار پیر پورا تقسیم ہو جائے اس کو لمبے کا سال کہتے ہیں اس سال میں فروری کے 29 دن ہوتے ہیں۔
دوسرا طریقہ:- شہی بند کر کے مہینوں کے نام گنتے جاؤ۔ جو تام کا ٹھول پیر آویں وہ سب 31 دن کے ہوں گے باقی تمام بچے فروری کے 28 دن کے ہوں گے۔

شہر

پس میں دن ستمبر کے اپریل - جون - نومبر کے
فروری کے ہیں اٹھائیس باقی سب کے ایک اور تیس
فروری جب لمبے کا آئے تو اٹھائیس پر ایک اور بڑھائے
نوٹ یہ بات یاد رکھنے کے قابل ہے کہ ہندی مہینوں میں سے
ہر ایک مہینہ تیس دن کا شمار کیا جاتا ہے۔

موسموں کے نام

اردو گرمیا برسات - سرما - بہار
فارسی تابستان - خزاں - زمستان - بہار
انگریزی سمر - آٹم - ونٹر - سپرنگ

چاند کے حساب سے تہوں کے نام

چاند کے لحاظ سے مہینہ ۲۹ دن کا ہوتا ہے۔ جن میں سے پندرہ دن تو چاند کی چاندنی شروع رات سے ہی چھٹکی جاتی ہے۔ اور الٹ پندرہ دنوں کو چاند آپکش یا شکلا آپکش کہتے ہیں اور دوسرا آپکش اندھیرا ہوتا ہے۔ جھکو کرشنا آپکش کہتے ہیں۔

شکلا آپکش کے تہوں کے نام - ایکم - دوج - تیج - چوتھ - پنجی - چھٹہ - ستی - اشتی - نوی - دسی

ایکا دشی - دوا دشی - ترودشی - چودشی - پورنماشی
کرشنا آپکش کی تہوں کے نام - ایکم - دوج - تیج - چوتھ - پنجی - چھٹہ - ستی - اشتی - نوی - دسی - ایکادشی -
دوا دشی - ترودشی - چودشی - پورنماشی

پیارے طالب علموں - ان ناموں میں تمکو کوئی فرق معلوم نہ دے گا۔ فرق صرف یہ ہے کہ شکلا آپکش میں پندرہ تاہم کو پورنماشی اور کرشنا آپکش میں امارشی لکھا گیا ہے۔ نیز ایک اور بات میرے باب آگئی۔ وہ یہ کہ چاند نے آپکش کو شدی اور اندھیرے کو بدی بولے ہیں۔ جنکو عام طور پر ہندو دوکاندار سہیل رکھتے ہیں۔

روپوں کے لکھنے کا طریق

عزیزو سکول میں طالب علموں کو گاؤں میں دوکانداروں کو اور دفتر میں بابودوں کو غرضیکہ ہر قسم کے لوگوں کو اپنا خرچ و آمد کا

حساب لکھنے کے لئے رقیس لکھنے کی ضرورت پڑتی ہے۔ جن کے طریق اندراج ذیل میں درج ہیں۔

اردو عبارت	اردو رقم	انگریزی رقم	پکی رقم	مہاجری رقم	گورکھی رقم
ایک پیسہ	۱	۱-۱-۱	۱ پیائی	۱	۱
آدھا آنہ	۲	۱-۱-۲	۲ پیائی	۱۱	۱۱
چونا آنہ	۳	۱-۱-۳	۳ پیائی	۱۱۱	۱۱۱
ایک آنہ	۴	۱-۱-۴	۴ پیائی	۱۱۱۱	۱۱۱۱
سوا آنہ	۵	۱-۱-۵	۵ پیائی	۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱
ڈیڑھ آنہ	۶	۱-۱-۶	۶ پیائی	۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱
پونے دو آنہ	۷	۱-۱-۷	۷ پیائی	۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱۱
دو آنہ	۸	۱-۱-۸	۸ پیائی	۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱۱۱
تین آنہ	۹	۱-۱-۹	۹ پیائی	۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱۱۱۱
چار آنہ	۱۰	۱-۱-۱۰	۱۰ پیائی	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱
آٹھ آنہ	۱۱	۱-۱-۱۱	۱۱ پیائی	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱
بارہ آنہ	۱۲	۱-۱-۱۲	۱۲ پیائی	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱	۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱
ایک روپیہ	۱۰۰	۱-۱-۱۰۰	۱۰۰ پیائی	۱۰۰	۱۰۰
دو روپیہ	۲۰۰	۱-۱-۲۰۰	۲۰۰ پیائی	۲۰۰	۲۰۰
دس روپیہ	۱۰۰۰	۱-۱-۱۰۰۰	۱۰۰۰ پیائی	۱۰۰۰	۱۰۰۰
ایک سو روپیہ	۱۰۰۰	۱-۱-۱۰۰۰	۱۰۰۰ پیائی	۱۰۰۰	۱۰۰۰
پانچ سو روپیہ	۵۰۰	۱-۱-۵۰۰	۵۰۰ پیائی	۵۰۰	۵۰۰

بیہانے ویسی انگریزی

انگریزی ٹرائے قول

سوناد قیستی چیزیں تو لے کے لے
 24 گرین = 1 پینی ویٹ
 20 پینی ویٹ = 1 ادنس
 12 ادنس = 1 ایک پونڈ
 ایک ٹرائے پونڈ = 32 تو لے
 ڈاکٹری طول کے بیہانے
 20 گرین کا ایک سکرو پیل
 3 سکرو پیل کا ایک ڈرام
 8 ڈرام کا ایک ادنس
 12 ادنس کا ایک پونڈ
 نوٹ 180 گرین = ایک تولہ

مایع ناپنے کے ڈاکٹری بیہانے
 60 منیم قطرے کا ایک ڈرام
 8 ڈرام کا ایک ادنس
 16 ادنس کا ایک پائنٹ

سوکھی چیزیں ناپنے کے بیہانے

4 کوآرٹ کا ایک گیلن
 2 گیلن کا ایک پیک
 4 پیک کا ایک بشل
 لہائی ناپنے کے بیہانے

12 اینچ کا ایک فٹ
 3 فٹ کا ایک گز
 5 1/2 گز کا ایک پول
 40 پول کا ایک فرلانگ
 8 فرلانگ کا ایک میل
 3 میل کا ایک لیگ
 100 لیگ (کڑی) = ایک جریب
 رقبہ ناپنے کے بیہانے

1/4 30 مربع گز کا ایک مربع پول
 40 مربع پول کا ایک روڈ
 4 روڈ کا ایک ایکڑ

تیل وغیرہ ناپنے کے انگریزی بیہانے

2 پائنٹ کا ایک کوآرٹ
 4 کوآرٹ کا ایک گیلن

انگریزی وزنی و دسی وزنی
پیمانوں کی تحویل

۱۴ پونڈ کا ایک سٹون
۱۰۰ پونڈ کا ایک شیٹل
ایک من = $\frac{2}{3}$ ۸۲ پونڈ ۱۰ لارڈ و پونیس

۳۶ گیلن کا ایک بیرل

۵۴ گیلن کا ایک ہانڈر بیڈ

۲ ہانڈر بیڈ کا ایک ہٹ

۲ ہٹ کا ایک ٹن

نوٹ :- ایک یارڈ پانی کا وزن
 $\frac{1}{4}$ پونڈ ہوتا ہے

ہر قسم کے دسی و انگریزی پیمانے

۱۔ دسی وزن کے پیمانے	۱۔ چھٹانک کا ایک پاؤ
۲۔ پاؤ کا ایک سیر	۲۔ پاؤ کا آدھ سیر
۵۔ سیر کی ایک پنیری	۲۔ آدھ سیر کا ایک سیر
۲۔ پنیری = ایک دھڑی	۵۔ سیر کی ایک پنیری
۴۔ دھڑی کا ایک من	۱۰۔ پنیری یا سیر کی ایک دھڑی
۲۔ صرافی وزن کے پیمانے	۲۔ دھڑی کا ایک ادھن
۸۔ چھٹانک کا ایک چاول	۲۔ ادھن یا دھون کا ایک من
۸۔ چاول کی ایک - پی	۱۰۔ سیر کا ایک من
۸۔ دہی کا ایک ماشہ	
۱۲۔ ماشہ کا ایک تولہ	
۵۔ تولہ کی ایک چھٹانک	

وقت کے پیمانے

۶۰ گھنٹہ کا ایک منٹ
۶۰ منٹ کا ایک گھنٹہ

انگریزی مسکوں کے پیمانے

۱۲ پنس کا ایک شلنگ
۲۰ شلنگ کا ایک پونڈ
نوٹ:- یہ بات یاد رہے کہ ایک
شلنگ کی قیمت تقریباً ۱۲ روپے
ہے کیونکہ پونڈ ۱۵ روپے قیمت رکھتا
ہے

لمبائی ماپنے کے انگریزی پیمانے

۱۰ ملی میٹر	کا	ایک سنٹی میٹر
۱۰ سنٹی میٹر	کا	ایک ڈیسی میٹر
۲ ڈیسی میٹر	کا	ایک میٹر
۱۰ میٹر	کا	ایک ڈیکائی میٹر
۱۰ ڈیکائی میٹر	کا	ایک ہیکٹومیٹر
۱۱ ہیکٹومیٹر	کا	ایک کلومیٹر

لمبائی ماپنے کے ویسی پیمانے

۳۳ انگریزی	ایک گز
۴ گز	ایک باشت
۲ باشت	ایک ہاتھ
۲ ہاتھ	ایک گز

انگریزی پیمانے

۱۲ انچ	کا	ایک فٹ
۳ فٹ	کا	ایک گز
۲۸ گز	کا	ایک فرلانگ
۸ فرلانگ	کا	ایک میل
۱۰۶۰ گز	کا	ایک سنٹی میٹر
نوٹ یاد رہے کہ ایک انچ میں ۲۵ سنٹی میٹر ہوتے ہیں۔		

لمبائی کے پنجابی پیمانے

۳ ہاتھ	کی	ایک کرم
۵ فٹ	کی	ایک کرم
۱۰ کرم	کی	ایک جریب
۱۳۶ جریب	کا	ایک کوس

ممالک متحدہ کئے

۳ گز	کا	ایک گٹھا
۲۰ گٹھے	کی	ایک جریب

سطح کے پیمانے

۱۴۴ مربع انچ	کا	ایک مربع فٹ
۹ مربع فٹ	کا	ایک مربع گز
۴۸۴ مربع گز	کا	ایک ایکڑ

ویسی سطح کے پیمانے

۹ مربع کرم	یا	۹ مربع ساہی	ایک مرلہ
۲۰ مرلے	کی	ایک کنال	
۴ کنال	کا	ایک بیگھ	
۲ بیگھ	کا	ایک گھاؤں	

زمین و پانی کے ہندوستانی
پیمانے

نوٹ طالب علم کو یہ یاد رکھنا
چاہئے ایک گھنٹوں تقریباً
ایک ایکڑ کے برابر ہوتا ہے

وزن کے انگریزی پیمانے

۳ گنز کا ایک گھنٹہ
۲۰ گھنٹہ کی ایک پیمائش
۱ مربع گھنٹہ کا ایک سیدھائی
۲۰ سیدھائی کا ایک سبہ
۲۰ سبہ کا ایک بیگھ

۱۶ ڈرام کا ایک اونس
۱۶ اونس کا ایک پونڈ
۲۸ پونڈ کا ایک کوارٹر
۴ کوارٹر کا ایک ہنڈرڈ ویٹ
۲۰ ہنڈرڈ ویٹ کا ایک ٹن
۲۸ ٹن بچھ

انگریزی کے
سکے

جسامت کے پیمانے

۴ فارونگ کی ایک پیمائش
۱۲ پش کا ایک شلنگ
۲۰ شلنگ کا ایک پونڈ
پش = پیمائش

۱۶۸۰ کعب پانچ کا ایک کعب
۲۷ کعب پانچ کا ایک کعب گنز
نوٹ ایک کعب پانی کا وزن
۳۰ سیر پختہ ہوتا ہے۔

ہر قسم کے کار آمد گر

تعریف :- وہ مخقر قاعدے جن سے اشیاء کی قیمتیں صرف ذہنی عمل سے دریافت کر لی جاتی ہیں گر کہلاتے ہیں ۔

۱۔ ایک روپے کی جتنی سیر چیز آتی ہو ۔ ایک آنے کی اتنی ہی

چھٹا نکیں آئیں گی
۲۔ ایک آنے کی جتنی چھٹا نکیں چیز آتی ہو ۔ ایک روپے کی اتنے سیر آوے گی ۔

۳۔ ایک آنے کی جتنی ڈھسیریاں چیز آتی ہو ۔ ایک روپے کی اتنے من چیز آوے گی ۔

۴۔ ایک روپے کی جتنی من چیز آتی ہو ۔ ایک آنے کی اتنی ہی ڈھسیری چیز آوے گی ۔

۵۔ جسے روپے من چیز آتی ہے اتنے ہی آنے کی ایک ڈھسیری چیز آوے گی ۔

۶۔ جسے آنے کی ایک ڈھسیری چیز آوے گی ۔ اتنے ہی روپے کی ایک من

۷۔ ایک تولے کے چتے پوے رتی کی اس سے ڈگنی پائیاں قیمت ہو گی ۔

۸۔ ایک رتی کی جتنی پائیاں ایک تولے کی قیمت اس سے نصف روپے

- ۷۔ ایک تولہ کی قیمت جتنے روپے کی ہوگی۔ چھ رتی کی قیمت اتنے آنے ہوگی۔
- ۸۔ ایک ماشہ کی قیمت جتنے روپے۔ ایک رتی کی قیمت اس سے دگنے آنے ہوگی۔
- ۹۔ ایک ماشہ کی قیمت جتنے آنے ایک رتی کی قیمت اتنے ہی دھیرے ہوگی۔
- ۱۰۔ ایک رتی کی قیمت جتنے آنے۔ ایک ماشہ کی قیمت اس سے نصف روپے ہوگی۔ یا (ج) ایک رتی کی قیمت جتنی دو دینیاں ایک ماشہ کی قیمت اتنے روپے ہوگی۔
- ۱۱۔ ایک رتی کی قیمت جتنے پیسے ایک ماشہ کی قیمت اس سے دگنے آنے ہوگی۔
- ۱۲۔ ایک من کی قیمت جتنی چوینیاں۔ ڈھائی سیر کے اتنے پیسے ہوں گے۔
- ۱۳۔ ایک من کی قیمت جتنے آنے ڈھائی سیر کی اتنی ہی دمڑیاں ہوں گی۔
- ۱۴۔ ڈھائی سیر کے جتنے پیسے من کی قیمت اتنی چوینیاں ہوں گی۔
- ۱۵۔ من کی قیمت جتنی دمڑیاں ہوں گی۔ من کے اتنے آنے ہوں گے۔
- ۱۶۔ ایک سیر کی جتنی چوینیاں۔ چھٹانک کے اتنے پیسے قیمت ہوگی۔
- ۱۷۔ تولے کے جتنے آنے۔ چھ رتی کی اتنی دمڑیاں قیمت ہوں گی۔
- ۱۸۔ تولے کی جتنی چوینیاں قیمت ہوگی چھ رتی کے اتنے پیسے قیمت ہوں گے۔
- ۱۹۔ چھ رتی کی قیمت جتنے آنے ہوگی۔ تولے کی قیمت اتنے ہی روپے ہوگی۔
- ۲۰۔ چھ رتی کی قیمت جتنی دمڑیاں ہوں ایک تولہ کی قیمت اتنے ہی ہونے ہوں گی۔

۲۱ - ایک گزہ کی قیمت جتنے روپے ہوگی۔ ایک گزہ کی قیمت اتنے ہی آنے ہوگی۔

۲۲ - ایک گزہ کے جتنے آنے۔ ایک گزہ کی قیمت اتنے ہی روپے ہوگی۔

۲۳ - ایک گزہ کی قیمت جتنی اٹھنیاں۔ ایک گزہ کی اتنی ادھنیاں

۲۴ - ایک گزہ کی جتنی اٹھنیاں۔ ایک گزہ کی اتنی ادھنیاں۔

۲۵ - ایک گزہ کی قیمت جتنی چوئیاں ایک گزہ کے اتنے پیسے

۲۶ - ایک گزہ کے جتنے پیسے۔ ایک گزہ کی قیمت اتنی چوئیاں ہوگی

۲۷ - ایک گزہ کی قیمت جتنے آنے۔ ایک گزہ کی اتنی دھریاں ہوں گی۔

۲۸ - ایک گزہ کی جتنی دھریاں ہوں۔ ایک گزہ کے اتنے آنے ہوں گے۔

۲۹ - تولے کی قیمت جتنے روپے ہوں۔ ماشہ کی قیمت اتنے ہی آنے اتنے پیسے۔ اتنی ہی پائیاں ہوں گی۔

۳۰ - تولے کی قیمت جتنے آنے ہوں ماشہ کی قیمت اتنی پائیاں ہوں گی۔

۳۱ - ماشہ کی جتنی پائیاں تو تولہ کے اتنے آنے

۳۲ - ماشہ کے جتنے آنے۔ تولے کے اُس سے پونے روپے ہوں گے۔

۳۳ - سال کے جتنے روپے **پینے** کے اتنے ہی آنے اتنے پیسے اور اتنی پائیاں ہوں گی۔

۳۴ - سال کے جتنے آنے **پینے** کی اتنی ہی پائیاں ہوں گی۔

۳۵ - **پینے** کی جتنی پائیاں۔ سال کے اتنے آنے۔

۳۶ - **پینے** کے جتنے آنے۔ سال کے اُس سے پونے روپے

- ۳۷۔ درجن کے جتنے آنے۔ ایک چیز کی قیمت اتنی پائیاں ہو گئی۔
- ۳۸۔ ایک درجن کے جتنے روپے ایک چیز کی قیمت اتنے آنے اتنے پیسے۔ اتنی پائیاں
- ۳۹۔ ایک چیز کی قیمت جتنے آنے ایک درجن کی قیمت اس سے پونے روپے ہوں گے۔
- ۴۰۔ ایک چیز کی قیمت جتنی پائیاں۔ ایک درجن کی قیمت اتنے آنے
- ۴۱۔ ایک گروس کے جتنے روپے درجن کے اتنے آنے اتنے ہی پیسے اتنے ہی پائیاں
- ۴۲۔ گروس کے جتنے آنے۔ درجن کی اتنی پائیاں
- ۴۳۔ درجن کے جتنے آنے۔ گروس کے اس سے پونے روپے
- ۴۴۔ درجن کی جتنی پائیاں گروس کے اتنے آنے۔
- ۴۵۔ فٹ کے جتنے روپے۔ انچ کے اتنے ہی آنے اتنے ہی پیسے اتنی ہی پائیاں +
- ۴۶۔ فٹ کے جتنے آنے۔ انچ کی اتنی ہی پائیاں۔
- ۴۷۔ انچ کے جتنے آنے فٹ کے اس سے پونے روپے۔
- ۴۸۔ انچ کی جتنی پائیاں فٹ کے اتنے ہی آنے ہوں گے۔
- ۴۹۔ ایک بائی کی جتنی چیزیں آنے کی اتنے ہی درجن ہوں گے۔
- ۵۰۔ پائی کے جتنے انچ۔ آنے کے اتنے ہی فٹ ہوں گے۔
- ۵۱۔ ایک بیکہ کے جتنے روپے ۵ مرلے کے اتنے ہی آنے
- ۵۲۔ ایک بیکہ کی جتنی چونیاں۔ ۵ مرلے کے اتنے ہی پیسے
- ۵۳۔ ایک بیکہ کے جتنے آنے ۵ مرلے کی اتنی ہی دھڑیاں۔
- ۵۴۔ مرلے کے جتنے آنے بیکہ کا ان کا پانچواں حصہ روپے
- ۵۵۔ ۵ مرلے کے جتنے پیسے۔ بیکہ کی ان کا پانچواں حصہ چونیاں

آدھ پاؤ۔ آنے کی اتنی چھٹائیں۔ پیسے کی اتنی سرسائیاں۔
 ۷۵ سیر کے جتنے روپے پاؤ کی اتنی ہی چوئیاں۔ آدھ پاؤ کی اتنی
 ہی دوئیاں۔ چھٹانک کے اتنے آنے۔ سرسائی کے اتنے
 پیسے ہوں گے ؟

۷۶ پیسے کی جتنی سرسائیاں۔ آنے کی اتنی چھٹائیں۔ دونی کے
 اتنے آدھ پاؤ۔ چوئی کے اتنے پاؤ روپے کے اتنے سیر
 ۷۷ سرسائی کے جتنے پیسے چھٹانک کے اتنے آنے آدھ پاؤ
 کی اتنی دوئیاں۔ پاؤ کی اتنی چوئیاں۔ سیر کے اتنے روپے
 ۷۸ مہینے کے جتنے روپے دن کے اُن سے نصف آنے
 ۷۹ دن کے جتنے آنے مہینے کے اُن سے دو چنڈ روپے۔

بشرطیکہ مہینہ ۳۱ دن کا ہو۔

۸۰ دن کے جتنے آنے مہینے کے اُن سے اتنے آنے کم دو چنڈ
 روپے۔ جبکہ مہینہ ۳۰ دن کا ہو۔

۸۱ ایک دن کے جتنے آنے مہینے کے اُن سے دو چنڈ آنے

کم دو چنڈ روپے۔ جبکہ مہینہ ۲۹ دن کا ہو۔

۸۲ ایک دن کے جتنے آنے مہینے کے اُن سے جو گئے آنے

دو چنڈ روپے۔



کلیہ

ذیل کے نتیجے عام طور پر زمانی یاد رکھنے کے قابل ہیں جو تقریباً ہر ایک جماعت میں دوم سے ہشتم تک کارآمد ہو سکتے ہیں۔

۱۔ تفریق کو صحیح دیکھنے کا طریق :- اول مفہوم

6-44 NAB

22 MAY 42

2. 25 0 2 2

۹۷۱ شرق

جواب صحیح

20.

۲۳۸۶۹۱

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

122

22/13

$\frac{F(1)}{K^{\frac{1}{2}}}$

...

100

۱۱ میں تمام مینڈے

۱۔ تفریق کو صحیح دیکھنے کا طریق :- اول مفروق
کو جمع کر دو۔ نویر تقسیم کر دو۔ پھر مفروق
سنہ کو جمع کر کے نویر تقسیم کر دو۔ پھر مفروق
اور مفروق سنہ کی باقیوں کا فرق نکالو۔ پھر
جواب کو جمع کر کے نویر تقسیم کر دو اور دیکھو
کہ اگر سالقہ باقی اور یہ باقی ملتی ہے تو جواب صحیح ہے

فیه کو جمع کر کے اور پھر مفروب کو جمع کر کے
نوپر جدا گانہ تقسیم کرو۔ اور ایک علامت
بنائیں جیسا کہ سامنے ظاہر ہے۔ لکھ دو۔
پھر ان اعداد کو آپس میں ضرب دیکر نوپر تقسیم
کرو۔ اور باقی کو دائیں طرف لکھ دو۔ پھر
جواب کو جمع کر کے نوپر تقسیم کر کے باقی بالمقابل
لکھو۔ اگر باقیان ملتی ہوں تو سوال صحیح ہے
ورنہ غلط ہے۔

۳۰۔ کسی عدد کو ایسے عدد سے ضرب دینا۔ جس میں تمام ہندسے

ایک ہوں مثلاً ۱۱ ۱۱۱ ۱۱۱۱ وغیرہ
 طریق :- پہلے ہندسے کو اسی طرح لکھ دو پھر پہلے
 اور دوسرے کا مجموعہ پھر پہلے دوسرے اور
 تیسرے کا مجموعہ ۔ علیٰ ہذا القیاس جتنے ایک
 ہوں ان کی مقدار کے بموجب اتنے ہندسے
 جمع کرتے جاؤ اور پہلے ایک ایک چھوڑتے جاؤ
 نوٹ اگر کسی اور اعداد مثلاً ۳۳۳۳ وغیرہ یا ۷۷۷۷۷۷۷۷ وغیرہ
 کو ضرب دینی ہو۔ تو پہلے ایکوں سے ضرب دے کر اس عدد
 سے ضرب دیدو۔ حاصل ضرب اسی عدد کی حاصل ضرب
 ہوگی۔

۴۔ دن معلوم کرنے کا صحیح اور سہل طریقہ
 حذہ یلب جنوری ہو۔ اپریل یا جولائی۔ گنتی سے ان کو باہر
 جانو تو ہے بھلائی + ۱۱ حد پہلے ستمبر و اکتوبر پہلے دسمبر و جنوری
 جانے گا۔ ہمیں جون کے مقررہ در فروری نومبر۔ مارچ میں تھا۔
 اور یلب فروری و اگست چلا جائی۔
 پیچھے کے پانچ پورے دن جانے سہی کے + چھ روز ہیں مقرر اکتوبر و جنوری
 مثال :- ۲۶ اگست ۱۵۴۴ء کو کوئٹہ کو نسا دن ہو گا۔

تاریخ	۲۶	چونکہ اشعار بالا میں اگست
سنوں کی تعداد	۶۶	چار دن مقرر ہیں۔ اس لئے
یلب کے ستوں کی تعداد	۱۱	۶۶ منہائے باقی ۸۱ - ۶۶ = ۱۵
میزان	۸۱	۱۱

۱۱
 باقی صفر تو ستمبر و اکتوبر

اگر ایک باقی ہو تو اوار۔ دو ہو تو سو وار۔ علیٰ ہذا القیاس

۵

جتنے بچے سورج نکلے اس کو دو چند کر لو تو رات کی لمبائی معلوم ہوگی۔ مثلاً سورج ۶ بجکر ۳۵ منٹ پر نکلا تو رات ۱۲ گھنٹے ۱۰ منٹ یعنی ۱۳ گھنٹہ ۱۰ منٹ کی ہوگی۔

جتنے بچے سورج چھپے اُسے دو چند کر لو تو دن کی مقدار ہوگی۔ مثلاً سورج ۱۱ بجکر ۱۱ منٹ پر چھپا تو دن کی مقدار ۱۲ گھنٹے ۲۲ منٹ ہوگی +

۶

گھڑیوں کے متعلقہ قاعدے

عام طور پر سوال آیا کرتے ہیں کہ اتنے اور اتنے بجے سے درمیان گھڑی کی سوئیاں کب منطبق ہوں گی۔ یا کب زاویہ قائمہ بنائیں گی۔ یا کب سیدھ میں ہوں گی۔ یا کب اتنے درجے کا فرق ہوگا۔

اس کے لئے پہلے عدد کو پانچ میں ضرب دو۔ اگر منطبق کرنی ہو تو اتنے صحیح اتنے بڑے گیارہ

مثلاً: ۷ اور ۶ بجے کے درمیان کب منطبق ہوں گی $۷ \times ۶ = ۴۲$ $\frac{۴۲}{۱۱}$ بجکر ۳۲ منٹ

(۲) اگر زاویہ قائمہ بنانا ہو۔ تو طریق بالا میں سے اگر ۱۵ منہا ہو سکتے ہوں تو منہا کر دو۔ ورنہ جمع کر کے اتنے صحیح اتنے بڑے گیارہ۔ ۷ اور ۶ بجے کب زاویہ قائمہ بنائے گی۔

$۷ \times ۶ = ۴۲$ $۴۲ - ۳۰ = ۱۲$ $۱۲ \div ۱۱ = ۱$ بجکر ۱۵ منٹ ۱۵ منٹ جواب جمع

۶ بجکر ۴۵ منٹ + ۵ منٹ

۳۔ اگر سیدھ میں کرنی ہوں تو ۵۳ جمع یا منہا سرود۔ اور طریق بالا استعمال کرو۔

مثلاً: ۱۴ اور ۵ بجے کے درمیان کب سیدھ میں ہوں گی۔
 $5 \times 4 = 20$ میں سے تفریق نہیں ہو سکتے۔ اس لئے ۵۳ جمع

کے۔ ۴ بجکر $\frac{50}{11}$ = ۴ بجکر $\frac{54}{11}$ منٹ جواب
 ۴۔ ۱۳ اور ۴ بجے کے درمیان ۱۲ بجے کا فاصلہ کب ہو گا۔

$5 \times 3 = 15 - 12 = 3$ منٹ پر یا $\frac{27}{11}$ منٹ پر جواب صحیح۔

کسی عدد کو ۲۵ یا ۶۲۵ وغیرہ میں زبانی ضرب دینے کا طریق
 اگر ۲۵ کو ۴ سے ضرب دی جاوے تو ۱۰۰ بن جاویگا اور کسی
 عدد کو ۱۰۰ سے ضرب دینا تو صرف دائیں طرف دو صف لگا دینے
 جائیں۔ اگر ۱۰۰ کی ضرب کو ۴ پر تقسیم کر دیا جاوے۔ تو ۲۵ کی
 ضرب رہ جاوے گی اسی طرح ۱۲۵ کی ضرب میں مضروب کے
 دائیں طرف تین صف لگا دینے اور جواب کو ۵ پر تقسیم کرنے سے
 ۱۲۵ کی ضرب آجائے گی۔ اور ۶۲۵ کی ضرب میں عدد کے
 دائیں طرف چھ صف لگا دینے سے اور ۱۵ پر تقسیم کرنے سے
 ۶۲۵ کی ضرب آجائے گی۔

مثلاً: ۹۶۵۳۲۸ کو ۱۲۵ میں ضرب دو

سمجھانے کے لئے اگر رقم کے دائیں طرف لگا دئے جائیں تو
 ۵۰ کی ضرب بن جاوے گی۔ ۹۶۵۳۲۸۰۰۰ اب اگر اس کو
 آٹھ پر تقسیم کر دیا جاوے ۱۲۵ کی ضرب رہ جاوے گی

کامل مربع ستانا

(۱) اگر چار مسلسل اعداد کو باہم ضرب دی جاوے اور حاصل ضرب میں ایک جمع کر لیا جاوے تو کامل مربع بن جاتا ہے مثلاً $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 = 1 + 121$ کامل مربع گیارہ کا ہے

وغیرہ وغیرہ
(۲) اگر چار مسلسل جفت یا طاق اعداد کو باہم ضرب دی جاوے اور حاصل ضرب میں ۱۶ جمع کر دے جاوے تو کامل مربع بن جاتا ہے۔

مثال (۱) جفت $2 \times 4 \times 6 \times 8 = 384 = 16 + 400$ کامل مربع ہے ۲۰ کا

(۲) طاق $3 \times 5 \times 7 \times 9 = 945 = 16 + 961$ کامل مربع ہے ۳۱ کا

کلیہ ۹

اگر کسی ایسے عدد کا مربع اٹھانا ہو جس میں اکائی۔ دہائی۔ سینکڑے کے تمام تہہ سے ایک ہی قیمت رکھتے ہوں۔

مثلاً 333×333 یا 9999×9999 یا 555×555 وغیرہ تو ذہن میں ایک شکل قائم کرو

$$\begin{array}{r} 333 \\ \times 333 \\ \hline 999 \\ 9990 \\ 99900 \\ \hline 330885 \end{array}$$

اور اس کے اوپر سامنے کی طرح ۳، ۲، ۱ وغیرہ

نمبر شمار لگاؤ۔ پھر مضروب کے اکائی کے ہند کو اکائی سے ضرب دیکر نمبر شمار کے عدد سے ضرب دیدو۔ اور نیچے لکھو۔ اور حاصل کو الگ لکھو۔ یا یاد رکھو۔ پھر دہائی کے ہند سے کو دہائی کے ہند سے مضروب فیہ سے ضرب دے کر نمبر شمار سے ضرب دے کر اور حاصل پیشتر آمدہ جمع کرو۔ اسی طرح سے سیناڑے کے ہند سے کو سینکڑے کے مضروب فیہ سے ضرب دیکر نمبر شمار سے ضرب دو۔ اور حاصل جمع کر دو۔ جب آخری ہند سے پر پہنچو۔ اور اس کو ایک بار ضرب دے چکو تو پھر واپس مڑو اور پہلے کی طرح ضرب دیتے چلو اور ہند سے ہفتے چلے جاؤ۔ پس جب تمام ہند سے ختم ہو جائیں تو جواب مکمل ہو جائیگا نوٹ:- یاد رکھو کہ آخری ہند کہہ صرف ایک بار ضرب کھائیگا۔ باقی تمام ہند سے دو بار ضرب کھاتے جائیں گے۔

مثلاً اوپر کی مثال میں $5 \times 5 = 25$ نمبر شمار $(25 \times 1) = 25$ کا 5 لگاؤ اور 2 حاصل رہے۔ پھر $5 \times 5 \times 2$ نمبر شمار $50 + 2$ حاصل 52 کا لگاؤ 2 حاصل رہے 5 پھر $5 \times 5 \times 3$ نمبر شمار $75 + 5$ حاصل = 80 کی لگائی حدت حاصل رہے 8 پھر واپس مڑو $5 \times 5 \times 2 = 50 + 8 = 58$ کا لگایا 8 حاصل آئے 5 پھر $5 \times 5 \times 5$ نمبر شمار $25 + 5 = 30$ کو مکمل لگا دو

کیونکہ باقی ضرب دینے کا کوئی ہند نہ نہیں رہا۔ پس جواب مکمل ہو جائیگا۔ اس طرح ایسے عدد کا مربع جن میں یکساں ہند نہ ہوں اٹھایا جا

سکتا ہے۔

کلیہ نمبر ۱۱

کسی ایسے عدد کا مربع اٹھانا جس کا اکائی کا ہندسہ ۵ ہو۔ نہایت آسان ہے۔ خواہ کوئی بھی ہندسہ کیوں نہ ہو۔ ذہن میں ایسی رقم کو جس کا اکائی کا ہندسہ ۵ ہو رکھو۔ پھر اس کے نیچے بھی وہی رقم ذہن میں رکھ لو۔ اکائی کے ہندسوں کو باہم ضرب دیکر مکمل جواب لکھو۔ دہائی اور سینکڑے کے ہندسوں میں ایک جمع کرو اور مضروب فیہ کے دہائی اور سینکڑے کے ہندسے سے ضرب دیدہ تو جواب مکمل ہو جائیگا۔ پس یہی جواب ہے۔

مثال :- ۱۸۵ ۱۲۵ کے مربع جدا گانہ اٹھادو۔

۱۲۵	۲	۸۵	} ۱۱	ذہنی شکل
۱۲۵		۸۵		
۱۵۶۲۵		۷۲۲۵		
		جواب		

مثال نمبر ۱۔ اکائی کا ہندسہ پانچ ہے تو پہلے پانچ کو پانچ سے ضرب دو۔ نیچے حاصل ضرب مکمل ۲۵ لکھ دو۔ پھر دہائی کا ہندسہ ۸ ہے۔ ۸ میں ایک جمع کرنے سے حاصل جمع ۹ ہو گیا۔ پھر ۹ مضروب کو ۸ مضروب فیہ سے ضرب دو تو ۷۲ = ۸ × ۹ = ۷۲ ہوا۔ اس طرح سے جواب مکمل ۷۲۲۵ حاصل ہوا۔

مثال نمبر ۲۔ میں اکائی کا ہندسہ ۵ ہے مضروب کو مضروب فیہ سے ضرب دو۔ تو ۲۵ حاصل ہوئے۔ بعد ازاں دہائی اور سینکڑے کا ہندسہ ملکر ۱۲ بنتے ہیں۔ ۱۲ میں ایک جمع کرو۔ تو ۱۳ ہوئے اب ۱۳ کو مضروب فیہ ۱۲ سے ضرب دو کر بعد میں لکھ دو گویا کہ ۱۳ × ۱۲ مساوی ۱۵۶ ہوئے تو مکمل جواب جو حاصل ہوا ۱۵۶۲۵ ہوئے۔ پس اسی طرح سے ہر ایک ایسے عدد کا مربع جس کا اکائی

کا ہندسہ ۵ ہوا اٹھایا جاسکتا ہے۔
کلمہ نمبر ۱۱

زبانی ضرب دینے کا طریق

ایسی ضرب جن کو چھوٹے چھوٹے بچے تو کیا بڑے بڑے آدمی سلیٹ یا کاغذ پر لکھ کر ضرب دیتے ہیں اور پھر بھی غلطی کا امکان زیادہ رہتا ہے۔ عمل لمبا ہو جاتا ہے۔ بعض متعن ایسے ایسے بڑے سوال پر چہ تقریری حساب میں دیدیتے ہیں۔ بیچارے طالب علم ایسے سوالات کو دیکھ کر یہ ہی چکرا جاتے ہیں۔ اور قلم۔ سلیٹ کا سہارا ڈھونڈتے ہیں۔ لیکن لا حاصل۔ سو ایسے وقت میں پرمانہ کا نام لیکر سوال کو ذیل کے کلمہ کے مطابق حل کرنا شروع کر دو۔
 رگو شروع میں عمل مشکل معلوم ہوگا۔ لیکن دس پندرہ سوال حل کر چکنے بعد طریقہ آسان نظر آنے لگے گا۔ اور کوئی دقت پیش نہ آئیگی۔

$$\begin{array}{r}
 ۸۶۹۳۲ \\
 \times ۱۶۶ \\
 \hline
 ۵۲۶۵۹۲ \\
 ۶۱۵۵۲۲ \\
 ۸۶۹۳۲ \\
 \hline
 ۱۵۴۶۷۰۳۲
 \end{array}$$

۲

$$\begin{array}{r}
 ۸۶۹۳۲ \\
 \times ۱۶۶ \\
 \hline
 ۱۵۴۶۷۰۳۲
 \end{array}$$

مثال ۱

۱۔ اوپر کی مثال میں دیکھو سوالات کے حل ملتے ہیں دو نمبر کے سوال کو حل کرنے میں دیر لگی۔ اور ۱۔ کا سوالی جلد حل ہو گیا۔
 طریق :- مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے اکائی کے ہندسہ سے ضرب دو۔ اور لکھ دو اور حاصل رکھو۔

کلیہ نمبر ۱۱

کسی ایسے عدد کا مربع اٹھانا جس کا اکائی کا ہندسہ ۵ ہو۔ نہایت آسان ہے۔ خواہ کوئی بھی ہندسہ کیوں نہ ہو۔ ذہن میں ایسی رقم کو جس کا اکائی کا ہندسہ ۵ ہو رکھو۔ پھر اس کے نیچے بھی وہی رقم ذہن میں رکھ لو۔ اکائی کے ہندسوں کو باہم ضرب دیکر مکمل جواب لکھو۔ پھر دہائی اور سینکڑے کے ہندسوں میں ایک جمع کرو اور مضروب فیہ کے دہائی اور سینکڑے کے ہندسے سے ضرب دیدو تو جواب مکمل ہو جائیگا۔ پس یہی جواب ہے۔

مثال :- ۱۸۵ ۱۲۵ کے مربع اٹھانا

۱۲۵	۲	۸۵	}	ذہنی شکل
۱۲۵		۸۵		
۱۵۶۲۵		۷۲۲۵		
		جواب		

مثال نمبر ۱۱ اکائی کا ہندسہ پانچ ہے تو پہلے پانچ کو پانچ سے ضرب دو۔ نیچے حاصل ضرب مکمل ۲۵ لکھ دو۔ پھر دہائی کا ہندسہ ۸ ہے۔ ۸ میں ایک جمع کرنے سے حاصل جمع ۹ ہو گیا۔ پھر ۹ مضروب کو ۸ مضروب فیہ سے ضرب دو تو ۷۲ = ۸ × ۹ ہو گیا۔ اس طرح سے جواب مکمل ۷۲۲۵ حاصل ہوا۔

مثال نمبر ۲۔ میں اکائی کا ہندسہ ۵ ہے مضروب کو مضروب فیہ سے ضرب دو۔ تو ۲۵ حاصل ہوئے۔ بعد ازاں دہائی اور سینکڑے کا ہندسہ ملکہ ۱۲ بنتے ہیں۔ ۱۲ میں ایک جمع کرو۔ تو ۱۳ ہوئے اب ۱۳ کو مضروب فیہ ۱۲ سے ضرب دو کر بعد میں لکھ دو گویا کہ ۱۵۶۱۲ مساوی ۱۵۶ ہوئے تو مکمل جواب جو حاصل ہوا ۱۵۶۲۵ ہوئے۔ پس اسی طرح سے ہر ایک ایسے عدد کا مربع جس کا اکائی

کا ہندسہ 5 ہوا ٹھایا جاسکتا ہے۔
کلمہ نمبر ۱۱

زبانی ضرب دینے کا طریق

ایسی ضرب جن کو چھوٹے چھوٹے بچے تو کیا بڑے بڑے آدمی سلیٹ یا کاغذ پر لکھ کر ضرب دیتے ہیں اور پھر بھی غلطی کا امکان زیادہ رہتا ہے۔ عمل لمبا ہو جاتا ہے۔ بعض متعن ایسے ایسے بڑے سوال پر چہ تقریری حساب میں دیدیتے ہیں۔ بیچارے طالب علم ایسے سوالات کو دیکھ کر ہی چکر چلاتے ہیں۔ اور قلم۔ سلیٹ کا سہارا ڈھونڈتے ہیں۔ لیکن لا حاصل۔ سو ایسے وقت میں پرمانہ کا نام لے کر سوال کو ذیل کے کلمہ کے مطابق حل کرنا شروع کر دو۔

زکو شروع میں عمل مشکل معلوم ہوگا۔ لیکن دس پندرہ سوال حل کر چکے بعد طریقہ آسان نظر آنے لگے گا۔ اور کوئی وقت پیش نہ آئیگی۔

$$\begin{array}{r}
 ۸۶۹۳۲ \\
 \times ۱۶۶ \\
 \hline
 ۵۲۶۵۹۲ \\
 ۶۱۵۵۲۲ \\
 ۸۶۹۳۲ \\
 \hline
 ۱۵۴۷۰۳۲
 \end{array}$$

۲

$$\begin{array}{r}
 ۸۶۹۳۲ \text{ مضروب} \\
 \times ۱۶۶ \text{ ضریب} \\
 \hline
 ۱۵۴۷۰۳۲
 \end{array}$$

مثال ۱

اوپر کی مثال میں دیکھو سوالات کے حل ملتے ہیں دو نمبر کے سوال کو حل کرنے میں دیر لگی۔ اور مثلاً کا سوالی جلد حل ہو گیا۔
 طریق :- مضروب خنہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے اکائی کے ہندسہ سے ضرب دو۔ اور لکھ دو اور حاصل رکھو۔

پھر مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے دہائی کے ہندسے سے ضرب دو اور حاصل جمع کر لو۔ اور پھر مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے کو مضروب کے اکائی کے ہندسے سے ضرب دو اور اس میں جمع کر دو اور لکھ دو۔ اور حاصل رکھ لو۔ پھر مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسے کو اگلے ہندسے اور مضروب فیہ کے دہائی کے ہندسے کو اُس سے پہلے ہندسے کے ساتھ۔ اور مضروب فیہ کے سینکڑے کے ہندسے کو اُس سے پہلے ہندسے کے ساتھ ضرب دیتے جاؤ۔ اور حاصل جمع کرتے جاؤ۔ اور آگے بڑھتے جاؤ۔ جب مضروب کی رقم ختم ہو جائے تو پہلے اکائی کے ہندسے کی ضرب بند ہو جائیگی۔ پھر دہائی کے ہندسے کی پھر سینکڑے کے ہندسے کی علیٰ ہذا القیاس ۱

مثلاً اوپر کی مثال میں پہلے ہندسے سے $2 \times 6 = 12$ کا 2 لگا۔ حاصل
دوسرا ہندسہ = مضروب فیہ 6×3 مضروب = 18 ۔ مضروب فیہ
 2×7 مضروب = 14 کل $18 + 14 + 1 = 33$ کا 3 حاصل 3
تیسرا ہندسہ = مضروب فیہ 6×9 مضروب = 54 ، $3 \times 7 = 21$ ،
 $2 \times 2 = 4$ کل $54 + 21 + 4 = 79$ کا 7 حاصل 8
چوتھا ہندسہ = $6 \times 7 = 42$ ، $9 \times 6 = 54$ ، $3 \times 3 = 9$ حاصل
کل $42 + 54 + 9 = 105$ کا 6 حاصل ۱۱

پانچواں ہندسہ = $6 \times 8 = 48$ ، $7 \times 7 = 49$ ، $9 \times 9 = 81$ حاصل ۱۱

کل $48 + 49 + 81 = 178$ کا 7 حاصل ۱۱

اب 6 کی ضرب بند ہو گئی۔ کیونکہ 8 سے آگے اب کوئی ہندسہ نہیں اس لئے سات کی ضرب باقی ہے۔

چھٹہ ہندسہ = $8 \times 7 = 56$ ، $1 \times 7 = 7$ کل = $56 + 7 = 63$ حاصل
 74 کا 4 حاصل 7 اب سات کی ضرب بند ہو گئی کیونکہ 8
 آگے اب کوئی ہندسہ نہیں ہے۔
 ساتواں ہندسہ :- $8 \times 3 = 24$ حاصل $7 + 3 = 10$ پندرہ کے لگاؤ
 75 کیونکہ جواب ختم ہے اب کوئی ہندسہ باقی ضرب دینے کا
 نہیں رہا۔ پس اسی طرح سے اور جوابات اور نکلے اور سوالات
 حل کئے جا سکتے ہیں۔

لیلاوتی کی ضرب کا طریقہ

۱۲
 قدیم زمانہ میں علم حساب کی ماہر عورت ہندوستان میں لیلوتی
 گزرتی ہے آج تک اس کا ہم پلہ کوئی ماہر ریاضی نہیں ہوا۔
 اس نے حساب کے وہ وہ طریق ایجاد کئے کہ آج کل کے
 علما و فضلا کے دماغ چکر میں ہیں۔ مثلاً ذیل میں اس کی ایجاد
 کردہ ضرب کا طریق درج کیا جاتا ہے۔
 مثلاً 86796 کو 149 میں ضرب دو۔

	8	6	7	9	6	
1	0	8	0	6	0	1
2	3	2	2	3	2	4
9	7	5	6	8	5	9
	3	2	6	0	4	

پس جواب کو بالترتیب دائیں سے بائیں طرف لکھتے جاؤ۔

مثلاً ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ جواب ہوا۔

طریق ایک شکل بناؤ۔ اس میں مضروب کے ہندسوں کے برابر لمبائی کے خانے رکھو۔ اور مضروب فیہ کے ہندسوں کے برابر چوڑائی کے خانے رکھو۔ پھر ان کو درمیان میں وتر آ ملا دو۔ جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔ اس کے اوپر مضروب کے ہندسے بدستور رکھ دو۔ اور دائیں طرف مضروب فیہ کے۔ لیکن خیال رہے کہ مضروب فیہ کے ہندسے اوپر سے نیچے کو لکھتے ہیں۔ پہلے بڑے درجہ کا ہندسہ (سینکڑہ) کا پہلے وہائی کا پھر اکائی کا رکھو۔ پہلے سینکڑے کے ہندسے کو مضروب سے ضرب دی گئی ہے۔ ہندسے کو مٹی سیاہی سے اور حاصل کو سرخ سیاہی سے ظاہر کیا گیا ہے۔ لکھتے جاؤ۔ اسی طرح وہائی کی پھر اکائی کی ضرب ختم کر لو۔ بعد ازاں ان کو وتر آ جمع کر دو۔ جیسا کہ شکل سے واضح ہے۔ پس ہی لیاؤ مٹی کی ضرب کا قاعدہ مکمل ہے۔ جواب کی تصحیح دیکھنے کے واسطے جو عمل مناسب سمجھو کر لو۔

اونے قاعدوں کے درست دیکھنے کے طریق

تفریق کے درست دیکھنے کے لئے مین قاعدے استعمال ہو سکتے ہیں۔ اگر تینوں کو درست طور پر آزمایا جاوے تو سوال کے غلط ہونے کا احتمال بالکل نہیں رہتا۔

(۱) طریق اول پہلے بیان ہو چکا ہے۔ دیکھو صفحہ ۱۵

(۲) مفروق منہ میں سے فرق کو منفی کر دو۔ اگر جواب مفروق

کے برابر آوے تو جواب درست ہو گا۔ ورنہ غلط

$$\begin{array}{r} 932 \text{ مفروق نہ} \\ 359 \text{ مفروق} \\ \hline 573 \text{ فرق} \end{array}$$

(۳) اگر مفروق اور فرق کو جمع کر لیا جاوے اور جواب مفروق نہ کے برابر آجاوے تو جواب درست ہو گا۔

$$\begin{array}{r} 359 \text{ مفروق} \\ 573 \text{ فرق} \\ \hline 932 \text{ مفروق نہ} \end{array}$$

چھوٹی جماعتوں کے طالب علم اس قاعدے کو آسانی سے سمجھ سکتے ہیں۔ کیونکہ اس قاعدے سے پہلے وہ جمع کا قاعدہ سیکھ چکے ہیں۔ اس لئے یہ قاعدہ ابتدائی جماعتوں کو سکھایا جاوے۔ اس سے جمع اور تفریق کی اکٹھی مشق ہو جاتی ہے۔

ضرب کے قاعدے بیان ہو چکے ہیں مضروب کو مضروب سے اور مضروب فیہ کو مضروب سے ضرب و یکراں کا صحیح ہونا دیکھا جاسکتا ہے۔

تقسیم

تقسیم کے درست دیکھنے کے طریق ذیل میں درج کئے جاتے ہیں۔

(۱) خارج قسمت = مقسوم \div باقی = مقسوم کے ہو تو سوال

ہے۔ ورنہ غلط ہے

۲۔ اول ایک علامت ضرب کی بناؤ۔

$$\begin{array}{r} 617 \\ 16 \overline{) 9887} \end{array}$$

پہلے فابج قسمت کے ہندسوں کو جمع

کرو۔ یہ میزان ۱۴ ہوتی۔ پھر اس

کو ۹ پر تقسیم کرو۔ تو باقی ۵ رہے

۵ کو اوپر لکھ دو۔

28

16

127

112

15

$$\begin{array}{r} 5 \\ 8 \overline{) 8} \\ 7 \end{array}$$

پھر مقسم علیہ کے ہندسوں کو گنو

کل ۷ ہوئے۔ اس کو ۹ پر تقسیم

کرو۔ باقی ۷ ہی رہے۔ اس کو نیچے لکھو

پھر نیچے اور اوپر لکھے ہوئے ہندسوں کو آپس میں ضرب دو۔

یعنی $7 \times 5 = 35$ اس کو ۹ پر تقسیم کرو اور باقی کو دائیں

طرف لکھو۔ $35 \div 9 = 3$ باقی رہے 8

اب مقسوم میں سے باقی منہا کرو اور باقی ماندہ ہندسوں کو جوڑ

کو ۹ پر تقسیم کرو۔ اگر دائیں طرف اور بائیں طرف کے ہندسے

مل جائیں تو جواب صحیح ہوگا۔ ورنہ غلط۔

۹۸۸۷ میں سے ۱۵ منفی کرنے کے بعد ۹۸۷۲ رہے اُن کو

جوڑ لو 26 ہوئے $26 \div 9 = 2$ باقی رہے 8 اس لئے جواب

درست ہوگا۔

یا

علاوہ باقی ماندہ عمل کرنے کے پہلے مقسوم کے ہندسوں کا مجموعہ

لو۔ پھر باقی کے ہندسوں کا فرق معلوم کرو۔ پھر فرق کو ۹ پر

تقسیم کریں۔ اگر دائیں طرف کی باقی کے برابر باقی رہے۔ تو جواب

صحیح ہے۔ ورنہ غلط۔ مثلاً ۹۸۸۷ کی میزان ۲۳ ہے اور

باقی کی میزان ۸ ہے۔ $1 - 32 = 31$ $31 \div 26 = 1$ باقی رہے

8 - پس یہ ہندسہ داہنی طرف کی باقی سے ملتا ہے۔ اس لئے
جواب درست ہے۔

ایکوں کی ضرب

کسی عدد کو ۱۱۱۱ و ۱۱۱۱ وغیرہ میں ضرب دینے کا طریق پچھے
بیان ہو چکا ہے۔ اسی طریق سے ایسے عدد کا مربع اٹھایا جا
سکتا ہے۔ جس میں کہ تمام کے ہندسے ایکے ہوں۔ چونکہ جواب کے
لازمی طور ایک خاص ہندسے سے مقرر ہوتے ہیں اس لئے وہ
یہاں درج کیا جاتا ہے۔

مثال ۱۱۱۱ کو ۱۱۱۱ میں ضرب دیا ۱۱۱۱ کا مربع اٹھاؤ۔
جستہر ایکے ہوں اتنے اعداد شمار (ایک سے لے کر ہندسے
لکھو) پھر اسی طرح بتدیج گھٹتے چلے جاؤ۔

بند چھٹے ہندسے ہوں وہ عدد درمیان میں لکھ کر دائیں طرف
اور بائیں طرف بتدیج ایک ایک درجہ کم کر کے لکھتے جاؤ۔

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 1111 \\ \hline 123456789 \end{array}$$

مثلاً

اب اس مثال میں دیکھتے ہو کہ اسے لیکر 5 تک اعداد
لکھے گئے ہیں۔ بعد ازاں 5 سے پھر ایک کی طرف بتدیج مراجعت
کی گئی ہے۔ پس جواب درست ہے۔ طریقہ وہی ہے۔
جو پہلے بیان ہو چکا ہے

طریقہ دوم :- ایکوں کی تعداد پانچ ہے۔ پانچ درمیان میں لکھو۔ دائیں اور بائیں طرف ایک ایک درجہ لکھتے جاؤ۔ اور ہند سے لکھتے جاؤ۔ جب عدد ایک پر پہنچے تو جواب ختم کر دو۔ پس جواب درست ہو گا۔

ترتیب وار اعداد کا جمع کرنا

اگر ایک سے لے کر کچھ عدد جمع کرنے ہوں۔ تو ہندسوں کو بہت دور تک لکھتے چلے جانے سے اور ان کو جمع کرنے اور حاصل نکالنے وغیرہ میں بہت وقت پیش آتی ہے۔

مثلاً عمل بہت لمبا ہو جاتا ہے

- ۲۔ کوئی نہ کوئی عدد درمیان سے رہ جاتا ہے۔
- ۳۔ زبانی جمع کرنے سے بھول جانے کا احتمال ہوتا ہے۔
- وغیرہ وغیرہ۔

ان تکالیف سے بچنے کے لئے اور صحیح اور سرعت سے جواب نکالنے کے لئے ماہرین علم حساب نے کئی ایک قاعدے جو مختلف اصولوں پر مبنی ہیں۔ بنائے ہیں۔ جن سے جواب نہایت جلدی اور آسانی سے نکل سکتا ہے۔ وہ یہ ہے۔ اگر ایک سے لے کر کچھ اعداد جمع کرنے ہوں تو پہلے اور آخری عدد کا مجموعہ لے لو۔ پھر عددوں کی تعداد کے نصف میں ضرب دیدو۔ پس وہ جواب ہو گا۔ جیسا کہ مثال اسے لے کر 20 تک جمع کر دو۔

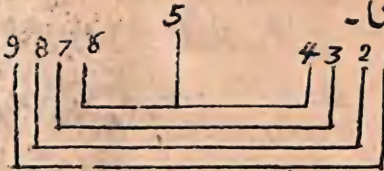
$$20 \times 21 = 420 = 210 \quad \text{جواب}$$

۲۔ ایک سے لے کر ۹۹ تک جمع کرو۔ $99 \times \frac{1}{2} = 99 + 1$ جواب ۲۸۵۰ =

بعض اوقات ممکن ایسے سوالات بھی دے دیا کرتے ہیں۔ جن میں فرق ہوتا ہے۔ کہ ۱۰ سے لے کر ۳۰ تک جمع کرو۔ ایسا کرنے کے لئے اسے ۳۰ تک جمع کرو

$30 + 1 = 31 \times \frac{1}{2} = 15$ پھر اسے اسے لے کر ۹ تک جمع کرو $9 + 1 = 10 \times \frac{1}{2} = 5$ پھر ۲۷۵ - ۲۵ = ۲۵۰ جواب

چونکہ ایسے عددوں کی اوسط یکساں ہو جاتی ہے۔ اگر ان کو مجموعہ اعداد کے نصف میں ضرب دیں۔ تو جواب درست آنے میں کوئی شک نہیں رہتا۔



اب اگر پہلے اور آخری عددوں کو ملا یا جاوے۔ تو اوسط بہر دو کی ۵ ہوگا سب سے پہلے اور آخری کو جمع کر کے اوسط عدد نکالی \times مجموعہ اعداد

$$5 \times 9 \text{ یا } 9 + 1 = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ جواب } 45$$

طریق دوم

بسا اوقات ایسا بھی ہوتا ہے۔ کہ ان اعداد کا مجموعہ معلوم کرنا ہوتا ہے۔ جن کے درمیان کوئی خاص فرق ہو۔

مثلاً 2 یا 3 یا 4 یا 5 وغیرہ کا گویا کہ ہندسوں کی مقدار یکساں
بڑھتی ہے

مثلاً 2 سے لے کر 20 تک اعداد جفت جمع کرو۔
قاعدہ - ایسا کرنے سے پیشتر آخری عدد اور
پہلے عدد کا فرق لیکر بڑھتی ہوئی مقدار پر
تقسیم کرو۔ پھر اس میں ایک جمع کرو یہ مجموعہ
اعداد ہو گا پھر پہلے اور آخری عدد کی مقدار
معلوم کرو۔

2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
110

$$20 - 2 = \frac{18}{2} = 9 + 1 = 10 \text{ مجموعہ اعداد}$$

مجموعہ اعداد یا مقدار اعداد = $\frac{10 \times 22}{2} = 2 + 20 = 110$
طریق مثال نمبر ۲

5
5
10
15
20
25
30
105

4
4
8
12
16
20
24
84

3
3
6
9
12
15
18
21
24
108

پہلے اور آخری عدد کا فرق
 $24 - 3 = 21$

فرق \div فرق عدد

$$\frac{21}{3} = 7 + 1 = \frac{21}{3} = 8$$

اعداد اعداد = $8 = 1 + 7$

مقدار عدد = $27 = 24 + 3$

$$\text{کل عدد} = \frac{8 \times 27}{2} = 108$$

جواب

حل مثال نمبر ۳
 $20 = 4 - 24 = 6 = 1 + 5 = 4 \div 20$
 $84 = \frac{6 \times 28}{2} = 4 + 24$
جواب 84

مثال نمبر 4

$$25 = 5 - 30$$

$$6 = 1 + \frac{5 \times 25}{5} = 5 + 25$$

$$105 = \frac{3 \times 35}{2} = 5 + 30$$

جواب

مندرجہ بالا تمثیلات کا حل ذرا غور سے سوچنے سے سمجھ میں آسکتا ہے۔ اس قاعدے کے لئے ذیل کی قسم کے سوالات آسکتے ہیں۔ جو عام طور پر حساب کی کتابوں میں نہیں آتے۔ بلکہ الجبرا کی کتابوں میں دئے ہوتے ہیں۔ کیونکہ عام طور پر ایسی رقبوں کو مچھول رہتے سمجھا جاتا ہے۔

مثال نمبر ۱۔ ایک اونٹنی بچہ دے کر ۲۰ میل پورہ کی رفتار سے چلی گئی ہے۔ بچہ ہر روز پہلے دن سے اس زیادہ چلتا ہے۔ بتاؤ بچہ اونٹنی کو کتنے دنوں میں جا لے گا۔

حل اونٹنی کی رفتار اوسط ۲۰ میل

بچہ کی اوسط رفتار جسدن ۲۰ میل ہو جائے گی۔ اسی دن اونٹنی کو جا لے گا۔ اس لئے بچہ جسدن بچہ ۳۹ میل چلیگا تو پہلے اور آخری دن کی رفتار ملا کر ان کی اوسط رفتار ۲۰ میل ہو جائے گی۔ تو اسی دن جا پکڑے گا۔

اونٹنی کی دو دن کی رفتار ۴۰ میل

بچہ کی ایک دن کی رفتار ۱ میل

آخری دن کی مسافت = ۴۰ - ۱ = ۳۹ میل پس ۳۹ دن میں جا پکڑے گا۔

جواب

مثال نمبر ۲ = ایک اونٹنی بچہ دیکر ۵ میل یومیہ کی رفتار سے چلی بچہ ہر روز ۳ میل بڑھتا جاتا ہے۔ اگر پہلے دن ۳ میل چلا ہو۔ تو اونٹنی کو کتنے دنوں میں جا پکڑے گا۔
 حل :- اونٹنی ہر روز ۵ میل چلتی ہے۔
 اس لئے جب بچہ کی اوسط رفتار بھی ۵ میل یومیہ ہو جائے گی۔ تو بچہ پکڑے گا۔ چونکہ بچہ پہلے دن ۳ میل چلا ہے۔
 ∴ آخری دن ۵ - ۳ = ۲ میل چلے گا۔
 (بموجب طریق حلوم مثال نمبر ۱) $3 + 57 = \frac{19 \times 60}{2} = 570$ میل
 یا ۱۹ دن میں پکڑ لے گا۔
 مندرجہ بالا مثالوں کے سمجھنے اور ذہن نشین کر کے مشق کرنے سے اعداد اور شمار اعداد وغیرہ کے طریق بھی اٹھ کئے جاتے ہیں +

دیکھنا ر قومات کا کہ وہ کن کن اعداد پر تقسیم ہو سکتی ہیں

- (۱) اگر کسی رقم کا اکائی کا ہندسہ دو پر تقسیم ہو جائے تو وہ رقم بھی ۲ پر تقسیم ہو سکتی ہے۔
 مثلاً :- ۲۶۱ کا ۶ کا ہندسہ
 (۲) اگر کسی رقم کے اکائی اور دہائی کے ہندسوں سے بنا ہوا عدد ۶ پر تقسیم ہو جائے تو وہ رقم بھی ۶ پر تقسیم

ہو جائے گی۔ مثلاً ۲۴ ۱۹ میں ۲۴
(۳) اگر کسی رقم کے پہلے تین ہندسوں سے بنا ہوا عدد ۸ پر
تقسیم ہو جائے تو تمام رقم ۸ پر تقسیم ہو جائے گی۔

مثلاً ۳۲۸ ۵۶۳۲۹ میں ۳۲۸
(۴) اگر کسی رقم کے پہلے چار ہندسوں سے بنا ہوا عدد ۱۶ پر
تقسیم ہو جائے تو تمام رقم ۱۶ پر تقسیم ہو سکتی ہے۔
مثلاً ۸۸۸۰۴۸ وغیرہ میں ۸۰۴۸

(۵) اگر کسی رقم کا پہلا اکائی کا ہندسہ ۵ یا ۵ ہو تو تمام رقم
۵ پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ مثلاً ۹۸۰ یا ۷۱۵ وغیرہ۔

(۶) اگر کسی رقم کے اکائی اور دہائی کے ہندسے سے بنا ہوا عدد
۲۵ پر تقسیم ہو جائے تو تمام رقم ۲۵ پر تقسیم ہو سکتی
ہے۔ مثلاً ۷۲۵ یا ۱۱۸۰ یا ۱۹۷۵ وغیرہ

(۷) اگر تمام ہندسوں کا مجموعہ ۳ پر تقسیم ہو سکے تو وہ رقم بھی
۳ پر تقسیم ہو جائے گی۔ مثلاً ۱۲۳۶۳۲۱۳ وغیرہ

(۸) اگر تمام ہندسوں کا مجموعہ ۹ پر تقسیم ہو سکے تو وہ رقم بھی
۹ پر تقسیم ہو جائے گی۔ مثلاً ۱۹۸۷۲۶۳ وغیرہ

(۹) اگر کسی رقم کے طاق نمبر اور جفت نمبر کے ہندسوں کے
مجموعوں کا فرق ۱۱ یا ۱ کے ضعف پر تقسیم ہو جائے۔

تو تمام رقم ۱۱ پر تقسیم ہو جائے گی۔ اگر بعد متناہی ہر دو رقم
باقی صفر رہے تو وہ بھی رقم ۱۱ پر تقسیم ہو جائیگی۔

مثلاً ۷۵۵۷۶۳۳۶۷۲۲۷۶۳۳۶ یا ۶۱۸۱۷۵۳۹۳۶
وغیرہ وغیرہ

اصل باقی معلوم کرنے کا طریق

55787 کو 6 پر بذریعہ اجزاء ضربی تقسیم کرو اور اصل باقی معلوم کرو۔

اکائیاں		
3	55787	
4	18595 —	2
5	4648 —	3
	929 —	3

1212 کے گروہ یا $12 \times 3 = 36$ اکائیاں

مندرجہ بالا مثال کو دیکھنے سے پتہ لگ سکتا ہے۔ کہ جب ہم نے کل رقم کو تین پر تقسیم کیا یعنی (تین تین کے گروہ اکائیوں کے بنائے) تو دو اکائیاں باقی رہیں۔ اب مقسوم نمبر 2 جو کہ 18595 سے یہ تین تین اکائیوں کے بنتے ہیں۔ ان مشقوں کو پھر چار پر تقسیم کیا گیا ہے۔ گویا تین کے چار چار مشقوں کو ملا کر یکجا کر دیا گیا ہے۔ جس سے کہ 4648 مشقے مکمل بن گئے۔ اور تین مشقے جن میں سے کہ ہر ایک تین تین اکائیاں باقی رہے اب 4648 مشقے جن میں کہ بارہ بارہ اکائیاں یا تین تین کے چار چار مشقے ہیں۔ اب ان مشقوں کو پانچ پانچ مشقے ملا کر اکٹھا کر دیا گیا ہے۔ تو کل 929 مشقے بنے۔ جن میں کہ 60، 60 اکائیاں ہیں۔ اور باقی تین مشقے ایسے رہے۔ جن میں کہ ہر ایک میں بارہ بارہ اکائیاں ہیں۔ گویا کہ 2 اکائیاں پہلی اور دوسری باقی میں $3 \times 3 = 9$ اکائیاں اور تیسری باقی میں $2 \times 3 = 6$ اکائیاں

ہیں۔ گویا کہ کل $47 = 36 + 9 + 2$ اکائیاں رہیں
 آخری مقسوم علیہ کو چھوڑ کر اوپر کی مقسوم علیہ
قاعدہ کو آخری باقی سے ضرب دے کر اس میں اسی
 مقسوم علیہ کے سامنے کی باقی جمع کرو۔ جیسا کہ مثال بالا میں
 $15 = 3 + 12 = 4 \times 3$

پھر اس سے پہلی مقسوم کو حاصل شدہ باقی سے ضرب دیکر
 اس میں اس مقسوم علیہ کی باقی جمع کرو۔ جیسا کہ
حاصل شدہ باقی پہلا مقسوم علیہ پہلی باقی

$$2 + 45 = 3 \times 15$$

47 اصل باقی۔ پس 147 اصل باقی جواب ہے۔

قاعدہ آخری مقسوم علیہ کو چھوڑ دو۔ پھر باقی تمام
 مقسوم علیہ کو آخری باقی سے ضرب دیکر اکائیاں
 بنا لو جیسا کہ :- آخری باقی - باقی کے مقسوم علیہ

36 = $3 \times 4 \times 3$ اکائیاں
 پھر باقی دوسری کو ایک مقسوم علیہ چھوڑ کر ضرب دیکر
 اکائیاں بنا لو۔ جیسا کہ دوسری باقی پہلا مقسوم علیہ
 $9 = 3 \times 3$ اکائیاں

پھر پہلی اکائیوں والی باقی کو جمع کر دو یعنی 2 کو

کل باقی 6 $47 = 2 + 9 + 36$ اکائیاں جواب

پس یہ قاعدہ اخذ ہوا کہ آخری باقی سے پہلے کے تمام
 مقسوم علیہ ہاکی حاصل ضرب جمع اس سے پہلی باقی اس کے
 مقسوم علیہ سے پہلے کے تمام مقسوم علیہ ہاکی حاصل ضرب پھر
 آخری باقی جو کہ سب سے پہلے ہے اس کو جمع کر لو کیونکہ وہ

صرف اکائیاں ہی ہیں۔

دواور تین سطروں کی ضرب نے کا طریق

جب کسی ایسے عدد کی ضرب دینی ہو۔ جن میں کہ آپس میں کوئی
اجزاء ترکیبی بن سکے تو عام طور پر ممتحن ایسے سوالات پر دو
اور تین سطروں کی بندش لگا دیتے ہیں

طالب علم سوال کی ایک بڑی سن رقم کو دیکھتا ہے کہ
اس میں مضروب فیہ کے چھ یا سات ہندسے ہیں۔ اور ضرب کو
تین سطروں میں مخصوص کیا ہے۔ اس کے لئے ذیل کی مثالوں
کا بغور معائنہ کرو۔ مطلب اور حل و طریق عمل فوراً سمجھ میں
آجائیکا

مثال نمبر = 86957 کو 819729 میں تین سطروں میں
ضرب دو۔

حل 86957 مضروب
819729 مضروب فیہ

لگاؤ
9000 سے ضرب مضروب کو 9 سے ضرب دیکر تین منظر
810000 سے ضرب کی ضرب کو 9 میں بے یکے منظر
لگاؤ
729 سے ضرب 8 کی ضرب کو 9 سے
ضرب دیا

71281174653

جواب

مثال نمبر 2 = 2 30 95 کو 8961056 سے تین سطروں

میں فریاد

$$\begin{array}{r} 95 \\ 8 \overline{) 96} \end{array} \quad \begin{array}{r} 302 \\ 1056 \overline{) 302} \end{array}$$

۹۵ ۳۰۲
 ۸ ۹۶ ۱۰۵۶

 ۷۶۲۴۱۶ ۰۰۰۰۰۰
 ۹۱۴۸۹۹۲ ۰۰۰۰۰
 ۱۰۰۶۳۸۹ ۱۲

 ۸۵۴۰۰۶۵۵۸۹۱۲

اسٹی لاکھ کی ضرب = ۸ سے ضرب کیجھ کر
 ۸ کی ضرب کو ۱۲ سے ضرب کیجھ کر
 ۹۶ کی ضرب کو ۱۱ سے ضرب ۱۰۵۶ کی
 ضرب بنائی۔

— 19.

بیان

مشال نمبر - میں تم دیکھتے ہو کہ مضروب فیہ کے تین چکر کمرے
کئے ہیں - 9 - 81 - 729

ہے ہیں۔ 9-81-729
و مقامی قیمت کے لحاظ سے ہزار کا درجہ رکھتا ہے گویا کہ و
کی قیمت مقامی ۱۰۰۰۰ ہے۔ لیکن اگر و کو و سے ضرب دیدیا جائے
تو ۱۰۸ پیدا ہوتے ہیں یا اگر و کی ضرب کو و سے ضرب دیدیا
جائے تو ۱۰۸ کی ضرب حاصل ہوگی۔ پھر اگر ۱۰۸ کی ضرب کو و سے ضرب
دیا جائے تو ۷۲۹ کی ضرب پیدا ہو جائیگی۔

دیا جائے تو 729 کی ضرب پیدا ہو جائیگی۔
 پس شال مندرجہ میں مضروب کو 9 سے ضرب لیکر دائیں طرف
 تین صفر لگائے گئے ہیں۔ جس سے کہ 9000 کی ضرب بن گئی ہے
 اس کے نیچے 9 کی ضرب کو 9 سے ضرب دے کر 81 کی ضرب بنا
 لیا گیا۔ لیکن ایسا کرنے سے پیشتر 81 کی ضرب کے دائیں طرف چار
 صفر لگا دئے گئے ہیں۔ کیونکہ 81 کی مقامی قیمت 810000 ہے
 پھر 81 کی ضرب کو 9 سے ضرب دیکر 729 کی ضرب بنا دیا گیا ہے

لیکن اس کے دائیں طرف کوئی درجہ نہیں چھوڑا گیا۔ کیونکہ ۷۲۹
اکائیاں ہیں۔ بعد ازاں تمام حاصل شدہ رقموں کو جمع کر کے جواب حاصل
کر لیا گیا ہے۔

ایسا ہی مثال نمبر ۲ غور کرنے سے پتہ لگیگا۔ پس قاعدہ اخذ ہوا کہ
اگر کسی رقم کو ایسے اجزاء سے ضرب دینی ہو کہ جس
قاعدہ کے اجزاء ترکیبی بن سکیں۔ تو چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم
کرو۔ اس کو مضروب سے ضرب دو۔ اور حاصل ضرب کے
دائیں طرف اتنی صفریں لگا دو۔ جتنے کے مضروب فیہ کے عدد کے
دائیں طرف ہندسے ہیں۔ پھر اس عدد کو لو۔ جو کہ پہلے عدد کا ضعف
ہو۔ اوپر کی رقم کے نیچے اتنی صفریں لگاؤ۔ جتنے کہ دائیں طرف
ہندسے ہوں۔ پھر اوپر کی صفروں کو (مقامی قیمت کے درجات
کو چھوڑ کر) باقی حاصل ضرب کو ضرب دیدو۔ اسی طرح قاعدہ
مندرجہ بالا کے مطابق ضرب دو اور جمع کر لو۔ پس جواب مکمل
اور قاعدہ مختصراً ہوگا۔

اگر عا د اعظم و ذواضعاف اقل معلوم ہو تو
عدد معلوم کرو

مثال دو عددوں کا عا د اعظم ۲۱ ذواضعاف اقل ۳۱۵
ہے عدد معلوم کرو { ذواضعاف = ۱۵
عا د اعظم

اب ہند رہ کے دو ایسے اجزاء متباہن بناؤ۔ جن میں سوائے اکائی کے کوئی جزو مشترک نہ ہو۔ اس لئے اجزاء $3 \times 5 = 15$
 اب ان اجزاء کو عادِ اعظم سے ضرب دیدو $15 \times 2 = 30$
 $63 = 3 \times 21 =$

قاعدہ :- ذواضعاف کو عادِ اعظم پر تقسیم کرو۔ حاصل شدہ خارج قسمت کے ایسے اجزاء ضربی بناؤ۔ جن میں سوائے اکائی کے کوئی جزو مشترک نہ ہو۔ حاصل شدہ اجزاء کو عادِ اعظم سے ضرب دیدو۔ پس جواب حاصل ہو جائیگا۔

نوٹ :- یاد رکھو کہ ایسے اعداد کو جن میں سوائے اکائی کے کوئی جزو مشترک نہ ہو اعداد متباہن کہتے ہیں۔

ضرب کا ایک نیا طریق

جبکہ حاصل ضرب میں ایک ہی قسم کے ہند آویں

ایک سے لے کر (ما سوائے 8 کے ہند سے کے) و تک تمام ہند سے لکھو۔ اب جو نسا ہندسہ چاہتے ہو کہ جواب میں آوے اس کو 9 سے ضرب دے کر مضروب فیہ بنا لو۔ جیسا کہ ذیل کی مثالوں سے سمجھ میں آ جاوے گا۔ خاص رقم یہ ہے 9 8 7 6 5 4 3 2 1 معلوم ہوئے کہ ایک سے لیکر 9 تک ہندسے لکھے ہیں۔ لیکن ان میں 8 کا ہندسہ نہیں ہے۔ جو ہونا بھی چاہئے۔ مندرجہ بالا رقم کے سوا کسی اور رقم سے یہ عمل ظہور میں نہیں آ سکتا۔

سوال :- 9 8 7 6 5 4 3 2 1 کو کسی عدد سے ضرب دو کہ جواب

تمام ہند سے جو کے (4) ہوں

حل :- اب 4 کو 9 سے ضرب دو = 36 پس مضروب فیہ

1 2 3 4 5 6 7 9 36
36

74074074
37037037

44444444

سوال نمبر 2 :- رقم مذکورہ بالا کو کسی ایسے عدد سے ضرب دو کہ جواب کے تمام ہند سے سات ہوں۔

حل :- اب 7 کو 9 سے ضرب دو = 63 پس مضروب فیہ 63 ہے۔

1 2 3 4 5 6 7 9
63

37037037
74074074

77777777

پس قاعدہ اخذ ہوا کہ مندرجہ بالا رقم کو اگر کسی رقم میں ضرب دیکر ایک جیسے ہند سے جواب میں لائے ہوں تو (9 × وہ ہندسہ جو کہ جواب میں لانا مطلوب ہو۔ مضروب فیہ کے)

ایسے اعداد کی ضرب میں مضروب فیہ کا اکائی کا ہندسہ صرف ایک ہوا اور مضروب فیہ صرف دو ہندسوں سے بنا ہوا

الہ کسی عدد کو 2، 3، 4 وغیرہ سے ضرب دینی ہو تو

مضروب کا پہلا درجہ وہی اتار کر مضروب فیہ کے اکائی کے ہندسہ کو مضروب کے اکائی کے ہند سے ضرب دے کر دہائی کا ہندسہ جمع کرو۔ اور جواب میں لکھو۔ پھر دہائی کے ہند سے کو مضروب فیہ کے دہائی کے ہند سے سے ضرب دو۔ اور سینکڑہ کا ہندسہ جمع کرو۔ پھر سینکڑے کے ہند سے کو مضروب فیہ کے دہائی کے ہند سے سے ضرب دیکر ہزار کا جمع کرو۔ علیٰ ہذا القیاس اسی طرح ایک ہند سے کو ضرب دے کر اگلاد درجہ جمع کرتے جاؤ۔

مثال :-
$$\begin{array}{r} 8635 \\ \times 41 \\ \hline 354035 \end{array}$$
 اب اس مثال میں اکائی کا ہندسہ 5 لکھ کر رکھ لیا گیا ہے۔ پھر

مضروب فیہ کے دہائی کے ہند سے

کو مضروب کے اکائی کے ہند سے سے ضرب دی اور دہائی کا جمع کیا $= 3 + 5 \times 4 = 23$ کا 3 لگایا اور 2 حاصل رہے پھر $20 = 6 + 2 + 3 \times 4$ کی صفر لگائی اور 2 حاصل رہے پھر $8 + 2 + 6 \times 4 = 34$ کا 4 لگایا اور 3 حاصل رہے پھر $35 = 5 + 3 + 8 \times 4$ کا 5 لگائے۔ کیونکہ آگے قابل ضرب کوئی ہندسہ نہیں ہے۔

ایسے اعداد کی ضرب کا قاعدہ جس کے مضروب فیہ میں تین ہندسے ہوں۔ مگر دہائی اور سینکڑے کے ہند سے ایکے ہوں

اس قاعدے میں پہلے مضروب فیہ کی اکائی کو مضروب کی اکائی سے ضرب دی جاتی ہے۔ اور اکائی کا حاصل شدہ ہندسہ اکائی کے درجہ پر رکھ دیا جاتا ہے اور دوسرے کو حاصل گن کر مضروب فیہ کی اکائی کو مضروب کی دہائی سے ضرب دے کر اور حاصل جمع کر کے مضروب کی دہائی کے دائیں طرف کا ہندسہ جمع کر لیا جاتا ہے۔ حاصل شدہ کے اکائی ہندسے کو لکھ کر باقی حاصل رکھ لیا جاتا ہے۔ پھر اکائی مضروب فیہ کو سینکڑے سے ضرب دیکر اور حاصل جمع کر کے اس کے دائیں طرف کے تمام ہندسے شامل کر دئے جاتے ہیں۔ پس جواب حاصل ہو جاتا ہے +

$$\begin{array}{r} 1735 \\ 112 \\ \hline 194320 \end{array}$$

حاصل ۱

اکائی کا ہندسہ $10 = 5 \times 2 =$ صف

دہائی کا ہندسہ $\frac{1}{3} \times 2 = 5 + 6 = 11$ (۲) اکائی کے حاصل

سینکڑے کا ہندسہ $7 \times 2 = 14 = 1 + 5 + 3 + 4$ (۲) دہائی کا حاصل

ہزار کا ہندسہ $1 \times 2 = 2 = 2 + 3 + 7 + 2$ (۲) دہائی کا حاصل

دس ہزار کا ہندسہ $1 + 7 + 1 = 9$ (۲) حاصل

لاکھ کا ہندسہ $0 + 1 = 1$ حاصل

پس جواب حاصل ہوگا (194320)

جواب

اب چونکہ ۵ تین دفعہ استعمال ہو چکے ہیں۔ اور ۳ بھی تین مرتبہ
 مستعمل ہو چکا ہے۔ اس لئے جب کوئی ہندسہ تین دفعہ استعمال
 ہو چکے یعنی ایک دفعہ ضرب کھائے اور دو دفعہ جمع ہو تو اسے
 چھوڑ دیا جاتا ہے۔ جیسا کہ ہزار کا درجہ حاصل کرنے میں پانچ
 کو چھوڑ دیا گیا۔ کیونکہ وہ اکائی اور دہائی اور سینکڑے کے درجے
 حاصل کرنے میں مستعمل ہو چکا ہے۔ تین کا ہندسہ باقی کے درجہ
 میں تین مرتبہ مستعمل ہو چکا ہے۔

نوٹ

جب کوئی ہندسہ ایک دفعہ ضرب کھا جاوے اور دو دفعہ جمع
 ہو جاوے۔ تو پھر وہ ہندسہ موقوف ہو جاتا ہے۔

علم حساب

رقومات کے درجے اکائی - دہائی - سینکڑہ -
 لاکھ - دس ہزار - دس ہزار لاکھ
 دس لاکھ - کروڑ - دس کروڑ - ارب - دس ارب
 کھرب - دس کھرب - نیں - دس نیں - پدم
 دس پدم - سنگھ - دس سنگھ - مہاشنگھ
 دس سنگھ تک کے تمام درجے ۱۹ ہیں۔ دس سنگھ تک تمام درجے
 مستعمل ہوتے ہیں۔ اس سے آگے ہندی زبان میں (ریت)
 (دس ریت) کے دو درجے اور بھی استعمال ہوتے ہیں۔ لیکن اردو

میں یہ درجے استعمال نہیں ہوتے۔ رقیں لکھنے کے لئے صرف درجہ جات کی لگا کر ان پر اعداد لکھتے جاؤ۔

مثلاً ۷۴۳۷ سات ہزار چار سو تیس

بعض رقیں ایسی بھی ہوتی ہیں۔ مثلاً ۸۸ لاکھ ۸۸ ہزار ۸۸

ایسی رقیوں کو اگر مندرجہ بالا طریق کی طرح لکھ دیں۔ تو یہ طریق غلط ہوتا ہے۔ کیونکہ اس میں سینکڑے کے دو درجے ہیں۔

اور درجہ جات میں صرف سینکڑے کا ایک درجہ ہے۔ اردو

ہندسوں نے دو درجہ جات روک لئے ہیں۔ ایسی رقیوں کو اس

طرح لکھتے ہیں

۸۸ ۵۵۵۵۵

۸۸ ۵۵۵

۸۸ ۵۵

۸۸

پس رقم یہ ہوئی۔ ۸۸۹۶۸۸۸

۸۸۹۶۸۸۸

کیونکہ ۸۸ سو میں ۸ ہزار ۸ سو ہیں۔ اور ۸ ہزار اگلے ۸۸ ہزار میں جمع ہو کر ۹۶ ہزار بن گئے۔

جمع مفرد + بہت سی چیزوں کی تعداد

۹۸۴۰۹

۴۳۵۶۲

۱۲۱۱۱

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

۱۵۲۲۹۲

جوڑنے یا اکٹھا کرنے کو جمع بولتے ہیں

ایک ہی جنس کو اگر کسی جنس میں جمع کیا

جاتا ہے مثلاً اکائیوں کو اکائیوں میں دہائیوں

کو دہائیوں میں اور سینکڑوں کو سینکڑوں میں

جمع کیا جاتا ہے۔ جب جمع شدہ سرمایہ دس سے بڑھ جائے تو ایک

حاصل اور جب بیس سے بڑھ جائے تو دو حاصل ہوتے ہیں۔ غرضیکہ

جتنی دہائیوں سے بڑھتا چلا جائے اتنے ہی حاصل ہوتے۔ اس

کی قسمیں ابتداء جمع بلا حاصل بعد میں جمع با حاصل ہوتی ہے۔
 کسی جنس کی تعداد میں سے مفروق منہ ۲۷۵۷۲
 تفریق مفروق } کچھ مقدار نکال لینے یا گھٹا } مفروق ۲۷۳۳۷
 دینے کہ تفریق کرنا بولتے } فرق ۲۲۲۳۷

ہیں۔ جنہیں سے گھٹایا جاوے اُسے مفروق منہ اور جو کچھ گھٹایا
 جاوے اُسے مفروق اور حاصل تفریق کو فرق بولتے ہیں۔
 ضرب مفروق :- کسی چیز کی تعداد کو کئی گنا ۳۳۳۳۳
 کرنا ضرب کہلاتا ہے۔ جس ۳۳۳
 عدد کو کئی گنا کیا جاوے اُسے مضروب اور ۱۰۲۴
 ہٹنے گنا کیا جاوے اُسے مضروب فیہ بولتے ہیں ۶۸۷۶

فارح قسمت مقسوم مقسوم علیہ
 ۳۷۶۷۷ ۱۴۳ ۴۲ ۱۷۱ ۱۷۱

۵۱
 ۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

۱۱۳۳

تقسیم مفروق :- کسی چیز کو کچھ آدمیوں
 میں مساوی بانٹ دینا یا کسی عدد کے
 کچھ ٹکڑے مساوی مساوی کر دینا
 تقسیم کرنا کہلاتا ہے۔ جس تعداد کو بانٹنا
 جاوے اس کو مقسوم۔ جس پر بانٹا جاوے
 اُسے مقسوم علیہ اور جو کچھ حاصل ہو اُسے فارح قسمت کہتے ہیں۔
 اور جو کچھ بچ رہے۔ اس کو باقی بولتے ہیں۔

تحويل

ایک قسم کی مقدار کو دوسری مقدار میں تبدیل کرنے کا عمل

تحويل کا عمل کہلاتا ہے۔
تحويل کے لغوی معنی کسی مقدار کو ایک حالت سے دوسری حالت میں تبدیل کرنا ہے

تحويل کی دو قسمیں ہیں ۱) تحويل نزولی (۲) تحويل صعودی
زیادہ قیمت کے سکوں کو گھٹیا درجے کے
تحويل نزولی { سکوں میں تبدیل کرنے کا نام تحويل نزولی
گویا کہ اُس میں ہم ادھر سے بچے کی طرف اترتے ہیں۔

مثال ۷۶ روپے ۷۴ پائی کی پائیاں بناؤ:-

پائیاں - آنے - روپے

۷۶ - ۷۴ - ۷۴

(۲) تحويل صعودی :- گھٹیا درجے کے

سکوں کو اعلیٰ درجے کے

آنے ۱۴
۱۵۶

۷۴
۱۰۷۳

۱۲
۱۲۴۵۶

پائیاں ۱۲۴۵۶

۷۴
۱۲۴۵۶

پائیاں ۱۲۴۵۶

۱۲
۹۹۹۶۲

۱۴
۸۳۳۰۰

آنے ۱۰ - ۵۲۰

سکوں میں لے جانے کا نام تحويل صعودی ہے
معود کے معنی چڑھنے کے ہیں۔ گویا کہ ہم
گھٹیا درجے کے سکوں کو اعلیٰ درجے کے
سکوں میں لے جاتے ہیں۔

مثال ۹۹۹۶۲ پائیوں کے روپے بناؤ:-

مرکب قاعدے

تمام مرکب قاعدے مختلف قسم کی مقداروں کے متعلق ہوتے
ہیں۔ مثلاً روپے۔ آنوں پائیوں سے یا سونوں۔ سیروں۔ چھٹانگوں

باگندوں - فٹوں - انچوں وغیرہ وغیرہ میں ہوتے ہیں -
جمع مرکب جمع مرکب میں ایک ہی قسم کی کئی جنسیں شامل ہوتی
 ہیں۔ مثلاً روپے - آنے - پائیاں وغیرہ
 اور من سیر - چھٹانک وغیرہ -

فرق ۱ - جمع مفرد اور مرکب میں صرف یہ ہے کہ مفرد میں کایوں
 اور دہائیوں کی جمع ہوتی ہے اور مرکب میں پائیوں میں پائیل
 اور آٹوں میں آنے اور روپوں میں پائی - آنے - روپے
 روپے جمع ہوتے ہیں - اور حاصل
 جمع بجائے دہائیوں یا سینکڑوں کے
 آٹوں اور روپوں میں آتے ہیں -
 اس قاعدے میں تخیل صعودی اور جمع
 کار آمد ہوتے ہیں -

تفریق مرکب - میں بھی ہر ایک رقم جمع مرکب کی طرح کئی حقائق
 کا مجموعہ ہوتی ہے اور ایک ہی جنس میں سے
 اپنی قسم کی جنس میں سے منہا ہوتی ہے - جیساکہ پائیاں - آنے - روپے
 جمع مرکب میں ایک ہی قسم کی جنسیں جمع
 ہوتی ہیں - اسی طرح گندوں سے گز فٹوں سے
 فٹ اور انچوں سے اینچ تفریق ہوتے ہیں

اور منوں سے من سیروں سے سیر اور چھٹانکوں سے چھٹانکیں
 تفریق ہوتی ہیں - اس قاعدے میں تخیل نزولی اور تفریق سارہ
 کار آمد ہیں

ضرب مرکب + ضرب مرکب میں قاعدہ وہی ہے فرق صرف
 یہ ہے کہ مرکب رقم ایک مجدد رقم سے ضرب لکھایا کرتی ہے - اور

پائیاں - آنے - روپے

۸ - ۱ - ۶۰۶

۳۸۸۰۱ - ۱۰ - ۸

مرکب رقم کی ہر ایک مقدار کو مجرد

عدد سے ضرب کھانی پڑتی ہے

اور ضرب کھا کر پھر کسی عدد پر تقسیم

ہو کر اپنے کسی اعلیٰ اور بڑے جنس

میں منتقل ہو جاتی ہے۔ مثلاً پائیاں ضرب کھا کر ۱۲ پر تقسیم ہو کر

آنے اور آنے ضرب کھا کر ۱۶ پر تقسیم ہو کر روپے وغیرہ بن

جاتے ہیں۔ اس قاعدے میں تحویل صعودی اور ضرب مفرد

کار آمد ہوتے ہیں۔

تقسیم مرکب میں مرکب رقم کا ہر ایک جز و مجرد عدد پر

جو کہ مقسوم علیہ ہوتا ہے۔ تقسیم ہوتا جاتا ہے

اور جو کچھ باقی رہتا ہے۔ وہ اپنے سے گھٹیا درجے میں منتقل

ہو کر گھٹیا رقم میں جمع ہو جاتا ہے۔ علیٰ ہذا القیاس

پائی - آنے - روپے پائی - آنے - روپے

پھر جو باقی بچتا ہے - ۷ - ۵ - ۳۵ - ۷ - ۱۲ - ۸۲۶

ہے۔ وہ سب سے گھٹیا

درجے کی جنس ہو جاتی ہے۔

خارج قسمت بھی اہیں

جنسوں میں حاصل ہوتا

ہے۔ جن میں کہ مقسوم کی

رقم ہوتی ہے۔ اس قاعدے میں

تحویل نزولی اور تقسیم سادہ و

عمل کار آمد ہوتے ہیں۔

۷۲
۱۷۶
۱۶۰
۶

۱۶

۹۶

۱۳۷
۱۱۰
۹۶
۱۵

۱۶

۱۶۸

۱۴۵

۱۶۸

باقی ۷

عادات عظمیٰ و ذوات عظام

عاد - اگر کوئی چھوٹا عدد کسی بڑے عدد کو پورا پورا تقسیم کرے تو چھوٹے عدد کو بڑے عدد کا عاد بولتے ہیں۔

مثلاً 6 کا 2 عاد ہے
ضعف - اگر کوئی عدد کسی چھوٹے عدد پر پورا پورا تقسیم ہو سکے تو چھوٹے عدد کا بڑا عدد ضعف کہلاتا ہے
مثلاً 2 کا 6 ضعف ہے

عاد مشترک :- ایسے عدد کو جو دو یا دو سے زیادہ اعداد میں سے ہر ایک کا عاد ہو۔ تو اُسے عاد مشترک بولتے ہیں
مثلاً 6، 12، 9 کا عاد مشترک 3 ہے۔

عاد اعظم :- دو یا دو سے زیادہ عددوں کے عاد مشترک میں سے اُس جو عاد سب سے بڑا ہو اُس کو ان عددوں کا عاد

مشترک اعظم یا عاد اعظم کہتے ہیں۔

طریق :- دو یا تین عددوں کا

عاد اعظم اس طرح جیتے ہیں
پہلے دو کا عاد اعظم معلوم کریں

ہیں۔ پھر اس عاد اور دوسرے

عدد کا عاد اعظم معلوم کرتے ہیں

پہلے مقسوم کو مقسوم علیہ پر تقسیم

کرتے ہیں۔ پھر آخری باقی کو

مثال ۱۵ - ۱۰ - ۹ کا عاد اعظم

معلوم کریں ۱۵ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۳)

$$\frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$\frac{9}{3} = 3$$

پس ۳ جواب ہے عاد اعظم ۳ ہے

مقسوم علیہ اور مقسوم علیہ کو مقسوم بناتے ہیں اور تقسیم کرتے
 چلے جاتے ہیں۔ حتیٰ کہ باقی صفر رہ جائے۔ تو مقسوم علیہ جس سے کہ
 تقسیم کرتے ہیں صفر باقی رہی ہے۔ وہی مقسوم علیہ (عاد اعظم)
 ہے۔ پھر اس عاد اعظم اور دوسری رقم کا طریق بالا سے عاد اعظم
 معلوم کرو اور وہی عمل کرتے جاؤ۔

ضعف مشترک میں سے ہر ایک کا ضعف ہو اُس کو ان
 اعداد کا ذواضعاف مشترک کہتے ہیں۔

مثلاً ۸، ۶ کا ضعف مشترک ۲۴ ہے اور ۴۸ وغیرہ بھی ہو سکتا ہے۔
 ذواضعاف اقل دو یا دو سے زیادہ عددوں کے ذواضعاف
 مشترک میں سے جو سب سے چھوٹا ہو۔ اُس کو ان عددوں کا
 ذواضعاف مشترک اقل بولتے ہیں یا ذواضعاف اقل بھی کہتے
 ہیں۔

طریق :- جتنے اعداد کا ذواضعاف اقل

2	6 - 8 - 10 - 12	معلوم کرنا ہو۔ ان میں سے
2	3 - 4 - 5 - 6	زیادہ سے زیادہ عددوں کا عاد مشترک
3	3 - 2 - 5 - 3	نکال کر اس پر تقسیم کرتے چلے جاؤ
2	1 - 2 - 5 - 0	حتیٰ کہ عاد مشترک ایک ہی رہے
5	1 - 1 - 5 - 0	جاوے۔ پھر تمام عادوں کو ضرب دے
	1 - 1 - 1 - 1	
	180 = 5 × 2 × 3 × 2 × 2	دیوے ہیں وہی ذواضعاف اقل
	جوا	ہوگا۔ جیسا کہ سامنے کی مثال سے

ظاہر ہے۔ مثال ۸، ۶، ۱۰، ۱۲ کا ذواضعاف
 معلوم کرو ؟

کسروں کا عا د اعظم اور ذوا ضعا اقل

معلوم کرنا

عا د اعظم :- اگر کسو عام کا عا د اعظم دریافت کرنا ہو۔ تو شمار کنند
کا عا د اعظم اور نسب نماؤں کا ذوا ضعا اقل معلوم کرو
مثال $\frac{10}{16}$ ، $\frac{8}{18}$ کا عا د اعظم معلوم کرو ؟

$$\frac{10}{16} \text{ و } \frac{8}{18} \text{ کا عا د اعظم} = \frac{2}{444} \text{ عا د اعظم}$$

ذوا ضعا اقل :- اگر کسو عام کا ذوا ضعا اقل دریافت کرنا
ہو تو شمار کنندوں کا ذوا ضعا اقل اور نسب نماؤں کا عا د اعظم
معلوم کر لو :-

مثال $\frac{10}{16}$ و $\frac{8}{18}$ کا ذوا ضعا اقل معلوم کرو =

$$\frac{10}{16} \text{ و } \frac{8}{18} \text{ کا ذوا ضعا اقل} = \frac{40}{2} \text{ ذوا ضعا اقل}$$

جواب

کسو عام

کسر :- اگر کسی چیز کے کچھ برابر حصے کئے جاویں تو ہر ایک
حصہ یا زیادہ حصہ کل کی کسر کہلاتے ہیں ۔
شمار کنندہ و نسب نما اگر کسی چیز کے چند برابر حصے

کئے جاویں اور ان میں سے کچھ حصے لے لئے جاویں۔ تو جتنے حصے برابر کئے جاویں ان کو نسب نما اور جتنے لے لئے جاویں ان کو شمار کنندہ بولتے ہیں۔ مثلاً $\frac{3}{4}$ میں کسی چیز کے سات حصے کئے گئے ہیں۔ اور ان میں سے ۳ حصے لے لئے گئے ہیں۔ پس ۳ شمار کنندہ ہے۔ اور خرب نما۔

کسر و واجب :- اگر شمار کنندہ نسب نما سے کم ہو تو کسر واجب ہے مثلاً $\frac{4}{11}$ ، $\frac{3}{7}$ ، $\frac{2}{5}$ وغیرہ کسر غیر واجب :- جب شمار کنندہ نسب نما سے زیادہ ہو تو اس کو کسر غیر واجب بولتے ہیں۔ مثلاً $\frac{16}{11}$ ، $\frac{13}{8}$ ، $\frac{14}{6}$ وغیرہ

اختصار

کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد پر تقسیم کر دینے کو اختصار کہنا بولتے ہیں (ان کے عادی مشترک)

مثلاً: $\frac{186}{324}$ کا عادی مشترک ۶ ہے۔ اس لئے شمار کنندہ اور نسب کو تقسیم کیا

$$\frac{31}{54} = \frac{31}{54}$$

حساب

ہم خرج

اگر دو یا زیادہ کسروں کو ہم خرج بنانا ہو تو پہلے تمام

نسب نماؤں کا ذواضعات اقل لے کر اس کو تمام کسروں کا
نسب نما بنالو۔ پھر اصلی نسب نما پر تقسیم کر کے شمار کنندہ سے
ضرب دیتے جاؤ۔ پس یہ تمام کسور بہم مخرج ہو جائیگی۔

مثال $\frac{3}{7}$ ، $\frac{6}{8}$ ، $\frac{5}{10}$ وغیرہ کو ہم مخرج کر دو

$$\frac{2 \quad 10 - 8 - 7}{5 - 4 - 7}$$

ذواضعات اقل = 280

$$\frac{140}{280}، \frac{210}{280}، \frac{120}{280}$$

جواب

جمع کسرو عام

جن کسروں کو جمع کرنا ہو۔ پہلے ان کے نسب نماؤں کا
ذواضعات اقل معلوم کر دو۔ پھر ہر ایک کسر کے نسب نما پر تقسیم
کر کے شمار کنندہ سے ضرب دیتے جاؤ۔ پھر تمام حاصل ضربوں
کو جمع کر لو

مثال $\frac{6}{15} + \frac{3}{12} + \frac{7}{9}$ کو جمع کر دو۔

$$\text{جواب} \quad \frac{177}{180} = \frac{257}{180} = \frac{72 + 45 + 140}{180}$$

نوٹ اگر صحیح عدد جمع کرنا ہو تو اس کا نسب ایک رکھا جاتا
ہے اور صحیح عدد کو شمار کنندہ رکھتے ہیں۔

تفریق کسرو عام

جمع مرکب کی طرح پہلے نسب نماؤں کا ذواضعات اقل لے لے دو۔

پھر نسب نماؤں پر تقسیم کر کے شمار کنندوں سے ضرب دیتے جاؤ۔ پھر اس پہلی رقم کو مثبت خیال کر کے باقی تمام رقموں کو جمع کر کے رقم اول میں سے منفی کر دو

$$\frac{31}{120} = \frac{59 - 90}{120} = \frac{24 - 35 - 90}{120} = \frac{4}{20} - \frac{7}{24} - \frac{3}{4} \quad \text{مثال}$$

نوٹ :- اگر صحیح عدد و تفریق کرنا ہو تو اس کا نسب ایک رکھا جاتا ہے۔

ضرب کسور عام

اول تمام شمار کنندوں کو ضرب دے لو۔ پھر تمام نسب نماؤں کو ضرب دے لو۔ پھر حاصل ضرب کا اگر ہو سکے تو اختصار کر لو۔ یا درمیان میں ہی اڑاتے چلے جاؤ۔ (عداد مشترک نکالتے چلے جاؤ۔)

$$\text{مثال حل طریق اول} = \frac{5}{9} \times \frac{8}{16} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{576} = \frac{5}{24} \quad \text{جواب}$$

$$\text{حل طریق دوم} = \frac{5}{9} \times \frac{8^2}{16} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{24} \quad \text{جواب}$$

نوٹ :- اگر ضرب صحیح عدد کے ساتھ ہو تو اس کو شمار کنندہ سے ہی ضرب دیتے ہیں

تقسیم کسور عام

جب کسر کو کسی دوسری کسر پر تقسیم کرنا ہو۔ تو جس کسر پر تقسیم کرنا ہو۔ اس کے نسب نما کو شمار کنندہ اور شمار کنندہ کو نسب نما بناؤ۔

$$\text{مثال } 3\frac{1}{7} = \frac{22}{7} = \frac{11}{7} \times \frac{69}{12} \times \frac{8}{23} = \frac{7}{11} \div \frac{12}{9} \div \frac{8}{23}$$

نوٹ اگر صحیح عدد پر تقسیم کرنا ہو تو صحیح عدد کو نسب نما اور ایک اس کا شمار کنندہ رکھتے ہیں

کسور ملحق

کسور ملحق میں مندرجہ بالا ہر چار علامات کے علاوہ ایک علامت (علامت کا) بھی آتی ہے۔ اس کا عمل اس طرح ہوتا ہے سب سے پہلے اُن کسروں کو ایک کسر بنایا جاتا ہے۔ جن کے درمیان (کا) کی علامت ہو۔ پھر تقسیم کی علامت کا عمل ہوتا ہے۔ بعد ازاں ضرب کا عمل ہوتا ہے۔ بعد ازاں جمع اور تفریق کو اکٹھا ہی کسر کر لیا جاتا ہے

$$\text{مثال } \frac{2}{7} \div \frac{6}{28} \times \frac{3}{12} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2} =$$

$$\text{حل } \frac{7}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2} = \frac{2}{7} \div \frac{6}{28} \times \frac{3}{12} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2}$$

جواب $\frac{11}{14} = \frac{3-7+7}{14} = \frac{3}{14} - \frac{7}{14} + \frac{1}{2} =$
 اس مثال میں پہلے کا پھر تقسیم پھر ضرب بعد ازاں جمع تفریق کا عمل
 اکٹھا کیا گیا ہے۔ پس یہی قاعدہ اور اصول ملے گا ہے

علامات خطوط وحدانی

خطوط وحدانی شروع (خطوط وحدانی بند) چھوٹا خط شروع
 { چھوٹا خط بند } بڑا خط شروع [بڑا خط بند]
 سب سے اندر خطوط وحدانی۔ اس کے باہر چھوٹا خط -
 اس کے بعد بڑا خط ہوتے ہیں۔ سب سے پہلے خطوط وحدانی
 کی تمام رقومات ایک ہو کر خط وحدانی اڑ جاتی ہے۔ پھر چھوٹے
 خطوط کے اندر کی رقومات ایک ہو جاتی ہیں۔ اور چھوٹے خطوط
 بھی اڑ جاتے ہیں۔ بعد ازاں باہر کی تمام رقومات کا عمل ہوتا ہے
 جیسا کہ ذیل کی مثال سے پتہ لگ جائیگا۔

$$\left[\left\{ \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} \right) \times \frac{7}{10} \right\} + \frac{2}{3} \right] \div \frac{1}{3}$$

$$\left[\left\{ \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} \right) \times \frac{7}{10} \right\} + \frac{2}{3} \right] \div \frac{1}{3} = \left[\left\{ \left(\frac{2+9}{12} \right) \times \frac{7}{10} \right\} + \frac{2}{3} \right] \div \frac{1}{3}$$

$$\left[\left\{ \left(\frac{11}{12} \times \frac{7}{10} \right) + \frac{2}{3} \right\} \div \frac{1}{3} \right] \div \frac{1}{3}$$

$$\left[\left\{ \left(\frac{77}{120} + \frac{2}{3} \right) \div \frac{1}{3} \right\} \div \frac{1}{3} \right] \div \frac{1}{3}$$

$$\frac{40}{157} = \frac{40 \times 120}{157} \times \frac{1}{3} = \frac{157}{120} \div \frac{1}{3} = \left[\frac{77+80}{120} \right] \div \frac{1}{3}$$

جواب

ایک مقدار کو دوسری مقدار کی کسر میں لانا
 قاعدہ = کسر مطلوبہ = وہ مقدار جس کو کسر میں لانا ہے
 وہ مقدار جس کی کسر میں لانا ہے

مثال ۲ درج پائی کو ایک روپے کی کسر میں لاؤ +
 حل :- قاعدہ مندرجہ کے مطابق = کسر مطلوبہ = $\frac{3/2}{16}$ پائی

$$\frac{9}{4} \div \frac{9}{64} = \frac{1}{16} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{64} \text{ جواب}$$

کسور اعشاریہ

جب طرح کسر عام میں اکائی کا کوئی داں حصہ لیا جاسکتا ہے۔
 اسی طرح کسور اعشاریہ میں بھی اکائی کا دسواں یا سواں حصہ یا
 ہزارواں حصہ لیا جاسکتا ہے۔ لیکن یہ نہیں کہ کسور عام کی طرح اکائی
 کا ساتواں یا چھٹا حصہ وغیرہ لے سکیں

اعشاریہ کیا ہے؟ عشر کے معنی ہیں $\frac{1}{10}$ یعنی دسواں حصہ۔
 ہزار سے سینکڑہ $\frac{1}{100}$ ہے۔ سینکڑے سے دہائی $\frac{1}{1000}$ ہے اور
 دہائی سے اکائی $\frac{1}{10}$ ہے۔ گویا کہ ہر ایک درجہ اپنے بائیں طرف کے
 درجے سے دسواں حصہ قیمت رکھتا ہے۔ جس طرح ان درجات
 کی قیمت اپنے بائیں طرف کے درجات کی قیمت کا دسواں حصہ
 رہتی جاتی ہے۔ مثلاً دسواں - سواں - ہزارواں حصہ وغیرہ وغیرہ
 اعشاریہ کا نشان = چونکہ اگر رقم لکھی ہوئی ہو۔ تو یہ نہیں لگتا

کہ اکائی کا درجہ کہاں تک ہے۔ اس لئے اکائی کے بعد اکائی کا دسواں
سواں وغیرہ حصہ شروع ہوتا ہے۔ وہاں پر (۱۰) یا (۱۰۰) وغیرہ
کا نشان لگا دیتے ہیں۔ تاکہ پتہ لگ سکے۔ کہ یہاں سے اکائی کا
دسواں حصہ سواں وغیرہ حصہ وغیرہ شروع ہوتا ہے۔ مثلاً
اس رقم کو اس طرح پڑھیں گے۔ 6876.3756 کو اس طرح
پڑھیں گے۔ چھ ہزار آٹھ سو چھتر کسرتین دسویں۔ ورسویں۔
پانچ ہزار دس چھ دس ہزار دیں۔ لیکن دسویں کی وجہ سے چھ ہزار
آٹھ سو چھتر کسرتین، سات، پانچ، چھ وغیرہ پڑھیں گے۔

کسور اعشاریہ کی جمع و تفریق

اس کی جمع و تفریق میں کوئی خاص بات قابل ذکر نہیں ہے۔
صرف اعشاریہ کے نشان کا خیال رکھنا ضروری اور لا بدی ہے۔
ذیل کی مثالوں سے پتہ بخوبی لگ سکتا ہے۔

$$6783 \cdot 5463$$

$$723 \cdot 35$$

$$270 \cdot 0035$$

$$\underline{7776 \cdot 8998}$$

$$376 \cdot 362$$

$$118 \cdot 487$$

$$\underline{257 \cdot 949}$$

کسور اعشاریہ کی ضرب

اس قاعدے میں ضرب سادہ ضرب کی طرح دے لو۔ اعشاریہ
کا بالکل خیال نہ کرو۔ جواب حاصل ہونے پر مضروب و مضروب فی
کے درجات جو اعشاریہ کے دائیں طرف ہوں گے۔ اور اُسے

واب میں دائیں طرف چھوڑ کر نشان لگا دو۔

$$\begin{array}{r}
 767 \cdot 3235 \\
 33 \cdot 22 \\
 \hline
 15346470 \\
 15346470 \\
 23019705 \\
 23019705 \\
 \hline
 254900486670
 \end{array}$$

تقسیم کسور اعشاریہ

اگر مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں میں کسور اعشاریہ ہو۔ تو مقسوم علیہ کے نشان اعشاریہ کو اٹھا کر مقسوم علیہ کو صحیح عدد بنا لو۔ جتنے درجے مقسوم علیہ میں اعشاریہ کے ہٹاؤ اتنے درجے ہی مقسوم میں ہٹا دو۔ پھر سادہ تقسیم کی طرح تقسیم کر دو۔ جب نشان اعشاریہ اگلا درجہ اتارو۔ اس وقت خانہ قسمت میں نشان اعشاریہ لگا دو۔

مثالی 3756 کو 32 پر تقسیم کر دو۔

$$2232)366 \times 37 \cdot 56(16 \cdot 414$$

$$\begin{array}{r}
 223 \ 2 \\
 143 \ 17 \\
 133 \ 92 \\
 \hline
 925 \ 5 \\
 892 \ 8 \\
 \hline
 3276 \\
 2232
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \cdot 440 \\
 8928 \\
 \hline
 1512
 \end{array}$$

$$16 \cdot 414$$

کسر عام کو کسور اعشاریہ میں لانا

جب کسور عام کو کسور اعشاریہ میں لایا جاوے تو نسب نامہ پر شمار کنندہ کو تقسیم کرتے جاؤ۔ اور مقسوم کے دائیں طرف صفریں بڑھاتے جاؤ۔ جہاں تک عمل ختم نہ ہو اسی طرح کرتے جاؤ۔ لیکن جب شمار کنندہ نسب نامہ سے چھوٹا ہو تو پہلے کسر اعشاریہ کا نشان لگاؤ

$$\text{مثال } \frac{7}{20} \text{ کو کسور اعشاریہ میں لاؤ } \begin{array}{r} 20 \overline{) 7.000} \\ \underline{600} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.35 \\ \text{جواب} \end{array}$$

کسور اعشاریہ کو کسور عام میں لانا

جب کسی کسور اعشاریہ کو کسر عام میں لانا ہو۔ تو کسور اعشاریہ کے ہندسوں کی تعداد کے برابر نسب نامہ میں صفریں لکھو اور جب میں ایک ایک لگا دو۔ مثال ۰.۷۳۴۵ کو کسور عام میں تبدیل کرو۔

$$\text{جواب } \frac{1469}{2000} = \frac{7345}{10000} = 0.7345$$

کسر متوالی

جب نشان اعشاریہ کے بعد ایک ہی قسم کے ہندسے بے دریغ آتے رہیں لگجاوین ایسی کسر کو کسر متوالی کہتے ہیں۔ جب کسر متوالی آئے لگجاو تو اس پر نشان (د) لگاؤ

ایسی کسر کو کسر متوالی کہتے ہیں

مثال $1\frac{7}{9} = 1.7777 \dots = \frac{4}{9} = 0.4444 \dots$ وغیرہ

مثال نمبر ۲ $\frac{3}{7} = 0.428571428571428571 \dots$ وغیرہ

کسر متوالی کو کسور عام میں لانا

کسر متوالی کے متوالے ہندسوں کے برابر ۹ سے ہندسے لگاؤ
اور اگر کوئی ہندسہ غیر متوالی ہو تو اس کے برابر صفر لگاؤ
مثال نمبر ۱ 0.4 متوالی کو کسور عام میں لاؤ $= \frac{4}{9}$ جواب
مثال نمبر ۲ 0.34743 کو کسور عام میں لاؤ۔

اس مثال میں ۴ و ۳ کے آخری ہندسے متوالی ہیں
اور پہلے تین ہندسے غیر متوالی۔ پس تین صفر لگاؤ۔ اور
دو متوالی ہندسوں کے مطابق ۹ کے ہندسے لگاؤ۔
پس صورت حل یہ ہوئی۔

$$\frac{34743}{99000} = \frac{34743}{99000}$$

جواب

مثال نمبر ۳ $\frac{3}{7} = 0.428571428571428571 \dots$

سو و بطریق دیسی

دست ۱ اصل زرہ کے انک
پکے انک معلوم کرنے کے بعد ۱۰۰ پکے انک کا سو در معلوم کر دو۔

دی ہوئی شرح سے پھر کل پکے انگوں کا سود معلوم کر لو۔ کچھ ضرب
دے کر اور کچھ جزو وقتی سے معلوم کر لو۔
مثال ۱۵ روپے کا سود ۵ شرح سالانہ سے ۶ سال کا معلوم کر دو۔
حل :- $1860 = 6 \times 310$ پکے انگ

پائی - آنے - روپے

۱۵۰ پکے انگ کا سود ۵ - ۰ - ۰

۹۰ - ۰ - ۰ = = = 1800

2 - 8 - ۰ = = = 56

- 8 - ۰ = " = 10

93 - ۰ - ۰ = = = 1860 جواب

رقبہ چار دیواری

تقاریدہ (طول + عرض) $\times 2 \times$ بلندی = رقبہ چار دیواری۔

کمرے کے فرش کا رقبہ = طول \times عرض + کمرے کی چھت کا رقبہ =
طول \times عرض

مثال ایک کمرے کا طول ۲۶ فٹ عرض ۴ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ
ہے۔ اس کی چھت فرش اور چار دیواری کا رقبہ علیحدہ علیحدہ

معلوم کر دو۔

چار دیواری کا رقبہ $(14 + 26) \times 2 \times 10 = 800$ مربع فٹ

فرش یا چھت کا رقبہ $14 \times 26 = 364$ مربع فٹ

چار دیواری کا رقبہ ۸۰۰ مربع فٹ

فرش یا چھت کا رقبہ ۳۶۴

جواب

تجارت

جزد و فقی :- کسی عدد کا کوئی جزو جو اس عدد میں پوری دفعہ شامل ہو۔ عادی و فقی کہلاتا ہے اور یہ ایک ایسی کسر میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ جس کا شمار کنندہ ایک اور نسب نما کوئی عدد ہو۔ مثلاً 20 سیر ایک من کا جزد و فقی کہلاتا ہے۔ اور ایک من کا $\frac{1}{2}$ حصہ ہے تجارت :- وہ آسان قاعدہ ہے۔ جس سے چند چیزوں کی قیمت دے ہوئے نرخ سے معلوم کی جاتی ہے۔ اور جزد و فقی سے کام لیا جاتا ہے۔

تجارت مفروضہ :- تجارت کا وہ قاعدہ ہے۔ جس میں کسی ایک شے کی قیمت دی ہوئی ہو اور چند اسی قسم کی متعدد چیزوں کی قیمت معلوم کرنی ہو۔ اس میں پہلے فی چیز کی قیمت ایک روپیہ وغیرہ مان لی جاتی ہے۔

مثال 86 چیزوں کی قیمت بحساب 9 روپے 12 ار 8 پائی فی چیز معلوم کرو

پائی - آن - روپے

786 - 0 - 0

9

بکھٹا 9 روپے فی چیز	7074-0-0	8 / ایک روپے $\frac{1}{2}$
بحساب 8 ر	393-0-0	4 / 8 آنے کا $\frac{1}{2}$
4 ر	196-8-0	8 پد 4 ر کا $\frac{1}{6}$
8 پد	32-12-0	
	7696-4-0	

786 چیزوں کی قیمت بحساب 9 روپے 12 ار 8 پائی فی چیز

تجارت مرکب

وہ قاعدہ ہے۔ جس میں کسی مقدار مرکب کی قیمت معلوم کی جاتی ہے۔ یعنی اس میں جنس کے مختلف درجے بھی مقدار میں شامل ہوتے ہیں۔ فی چیز قیمت ایک روپیہ وغیرہ ماننی پڑتی ہے۔ مثال :- ۷۰ من ۶۴ سیر ۸ چٹانک کی قیمت بحساب ۱۵ روپے ۲/۳ پائی فی چیز معلوم کرو۔

پائی۔ آنے۔ روپے

قیمت فی من	3	2	10
70 = کی	70		
20 = سیر	70 9 - 13 - 6	1 1/2	
10 =	5 - 1 - 1	3/4	
5 =	2 - 8 - 6	3/8	
1 =	1 - 4 - 3	27/40	
8 چٹانک =	0 - 4 - 0	27/80	
قیمت 70 من 36 سیر	0 - 2 - 27	51/80	
8 چٹانک کی بحساب	719	- 1 - 6	
10 روپے 2 پائی من			

اجواب

اکائی

اگر چند چیزوں کی قیمت دی ہوئی ہو۔ اور معلومہ قیمت کے ذریعے

چند اور چیزوں کی قیمت معلوم کرنی ہو۔ تب پہلے تقسیم کر کے ایک چیز کی قیمت معلوم کر کے پھر مطلوبہ چیزوں کی تعداد سے ضرب دے کر قیمت معلوم کر لی جاتی ہے

$$\text{قاعدہ} = \text{ایک چیز کی قیمت} = \frac{\text{دی ہوئی قیمت}}{\text{تعداد اشیاء جنکی قیمت دی گئی ہے}} \times$$

تعداد اشیاء جن کی قیمت معلوم کرنی مطلوب ہے
مثال :- ۱۶ چیزوں کی قیمت ۷۲ روپے ہے تو ۲۳ چیزوں کی قیمت معلوم کرو۔

حل :- ۱۶ چیزوں کی قیمت ۷۲ روپے

$$\therefore 1 \text{ چیز} = \frac{72}{16} \text{ روپے}$$

$$\therefore 23 \text{ چیزوں} = 23 \times \frac{72}{16} = \frac{23 \times 9}{2} = \frac{207}{2} = 103 \frac{1}{2} \text{ روپے}$$

بعض اوقات اکائی کا عمل آٹنا پڑتا ہے۔ اس صورت میں بجائے تقسیم کے ضرب اور ضرب کی بجائے تقسیم کرنی پڑتی ہے۔ جیسا کہ ذیل کی مثال سے پتہ لگ جائیگا۔

مثال :- ۸ آدمی ایک کام کو ۱۸ دن میں کرتے ہیں۔ بتاؤ ۱۲ آدمی کتنے دنوں میں کریں گے۔

حل :- چونکہ ۸ آدمی ایک کام کو ۱۸ دن میں

$$\text{اس سے} = 1 = \text{اسی} = 8 \times 18 = 144 \text{ دن میں}$$

$$\text{لہذا} 12 = = = \frac{144}{12} = 12 \text{ دن میں کریں گے}$$

پس قاعدہ افذہوا تعداد کام کرنے والوں کی \times تعداد ایام کار
قاعدہ :- جتنے آدمیوں نے یا جتنے دنوں میں کام کرنا مطلوب ہے

سود

$$(1) \text{ سود} = \frac{\text{اصل زر} \times \text{مدت} \times \text{شرح فی صدی}}{100}$$

$$(2) \text{ کل زر} = \frac{\text{اصل زر} \times \text{مدت} \times \text{شرح فی صدی} + \text{سود}}{100}$$

$$(3) \text{ اصل زر} = \frac{\text{سود} \times 100}{\text{مدت} \times \text{شرح فی صدی}}$$

$$(4) \text{ مدت} = \frac{\text{سود} \times 100}{\text{اصل زر} \times \text{شرح فی صدی}}$$

$$(5) \text{ شرح} = \frac{\text{سود} \times 100}{\text{اصل زر} \times \text{مدت}}$$

(6) اگر کل زر، شرح اور مدت معلوم ہو تو اصل زر معلوم کرنا۔

$$\text{کل زر} \times 100$$

۱۵۰ روپے کا کل زر، شرح سے مقررہ مدت کے لئے

مثال 5 شرح سے 4 سال کا کل زر کسی رقم کا 720 روپے ہے

اصل زر معلوم کرو :-

$$\text{حل :- } 100 \text{ روپے کا کل زر} = \frac{4 \times 5 \times 100}{120} = 100 + 20 = 120$$

$$\text{بطریق مندرجہ بالا} = \frac{100 \times 720}{120} = 600 \text{ روپے اصل زر}$$

اوسط

اگر کچھ عدد دئے گئے ہوں اور ان کی ماہل جمع کو ان عددوں کی

تعداد پر تقسیم کرنے سے جو خارج قسمت آتا ہے۔ اس سے اوسط ملے
ہیں۔ مثلاً

مثال 26، 34، 48، 56 کی اوسط معلوم کرو
 طریق $46 = \frac{246}{5} = 56 + 48 + 66 + 34 + 26$ جواب
 قاعدہ = $\frac{\text{اعداد کی حاصل جمع}}{\text{تعداد اعداد (ارقام)}}$ = اوسط

فی صدی

فی صدی کے معنی سینکڑے کے ہیں۔ کسی چیز کی قیمت پر جو
 بھی نفع یا نقصان یا خراب وغیرہ ہو تو اس نفع یا نقصان کو ۱۰۰
 پر لگا لیتے ہیں کہ اتنی قیمت پر تو اتنا نفع یا نقصان ہوتا ہے۔
 ۱۰۰ پر کتنا نفع یا نقصان ہو گا۔ اس ۱۰۰ پر کے نفع یا نقصان کو
 معلوم کرنے کو فی صدی نفع و نقصان کہتے ہیں۔
 مثال :- ایک شخص کو ۵۴۰ روپے کے سودے میں ۳۶
 نقصان ہوا۔ تو بتاؤ فی صدی کیا نفع یا نقصان ہوا۔

حل ۱۔ $\frac{36 \times 100}{540} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ فی صدی

مثال ۲ :- ایک رقم میں اس رقم کا ۳۵ فی صدی بڑھا دینے
 سے وہ رقم ۶۷۵ بن جاتی ہے رقم معلوم کرو
 $500 = 20 \times 25 = \frac{675 \times 25}{100}$ جواب

قاعدہ = نقصان یا نفع $\times 100 =$ فیصدی

جس قیمت پر واضح ہو

مثال 3 ایک شہر میں 3260 آدمیوں کی آبادی ہے۔ اگر ان

میں 652 بچے ہوں تو بچے کتنے فیصدی ہیں۔

$$\text{تعداد بچگان} \times 100 = \frac{652 \times 100}{3260} = 20 \text{ فیصدی بچے}$$

کل آبادی 3260

جواب

مثال 4 1200 کا 5 فیصدی معلوم کرو

$$60 = \frac{5 \times 1200}{100}$$

جواب

کمیشن یا آرٹ

جو رقم کسی خاص مقررہ شرح کے لحاظ سے کسی رقم پر کسی سودا کرنے والے کو بطور دلالی دی جاتی ہے۔ اسے کمیشن یا آرٹ کہتے ہیں۔

جو رقم کسی ایجنٹ یا کارندے کو کسی شخص کا مال خریدنے یا فروخت کرنے کے عوض فی صدی دی جائے۔ اسے آرٹ یا کمیشن کہتے ہیں۔ یہ قاعدہ بھی فی صدی کا ایک جزو ہے۔

مثال - 10 روپے کی کتابوں پر $12\frac{1}{2}$ فی صدی کے حساب سے کیا کمیشن ملے گا۔

$$\text{حل} \quad 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{5}{40} \times \frac{25}{100}$$

جواب ایک روپیہ چار آنہ

محصول - انکم ٹیکس - بیمہ

(یہ تینوں قاعدے کمیشن کے جزو ہیں)

محصول - جو رقم کسی معاوضے کے عوض ادا کی جائے۔ اُسے محصول کہتے ہیں۔

انکم ٹیکس - جو محصول سرکار کی طرف سے سالانہ یا ماہوار آمدنی پر فی روپیہ یا فی صدی لگایا جاتا ہے۔ اُسے انکم ٹیکس بولتے ہیں۔

بیمہ - بڑے بڑے شہروں میں کمپنیاں ہوتی ہیں۔ اور کسی خاص رقم پر کسی خاص چیز کی زندگی کا بیمہ لیتی ہیں۔ گویا کہ اُن کے نقصان یا ناگہانی حادثے سے تباہ ہو جانے پر اُن کی قیمت مالک کو دینے کی ذمہ دار ہوتی ہیں۔ ایسی کمپنی کو بیمہ کمپنی بولتے ہیں۔ جس کا غلہ پر معاملہ درج ہوتا ہے۔ اُسے بیمہ کا غلہ کہتے ہیں۔ اور جو رقم سالانہ ادا کی جاتی ہے اُسے خرچ بیمہ بولتے ہیں۔

مثال ایک شخص کی سالانہ آمدنی 6200 روپے ہے۔ بشرط انکم ٹیکس $\frac{1}{3}$ % فی۔ لیکن جو رقم وہ شخص بیمہ زندگی کے لئے ادا کرتا ہے۔ اُس پر ٹیکس نہیں لگتا۔ وہ 187 روپے 6 پائی 8 انکم ٹیکس دیتا ہے۔ تباؤ بیمہ زندگی کے لئے کتنی رقم ادا کرتا ہے۔

$$187 \text{ روپے } 6 \text{ پائی } 8 - \frac{2249}{12} \text{ روپے}$$

$\frac{1}{3}$ روپہ کے حساب سے کتنے روپے پر انکم ٹیکس دیا جاتا ہے۔

$$\frac{2249}{128} \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{100} = \frac{11245}{2} = 5622 \frac{1}{2} \text{ روپے}$$

جتنے روپے پر انکم ٹیکس نہیں دیا جاتا = 6200 - 5622 ½ =

577 ½ روپے جواب

مثال :- ایک شخص کی آمدنی 7500 روپے سالانہ ہے شرح انکم ٹیکس 3 ¼ % ہے۔ وہ 800 روپے سالانہ مکان کا کرایہ ادا کرتا ہے۔ اس کرایے کے ½ حصہ پر دو محصول ادا کرتا ہے۔ ایک کی شرح 2/5 اور باقی 1/2 روپیہ اور دوسرے کی 3/5 پائی فی روپیہ ہے۔ بتاؤ کرایہ محصول اور انکم ٹیکس دینے کے بعد اس کی بچت کیا ہوگی۔

$$7500 \text{ روپے پر انکم ٹیکس} = \frac{25}{100} \times \frac{10}{3} = 250 \text{ روپے}$$

$$\text{کرایہ کا } \frac{4}{5} \text{ حصہ} = \frac{4}{5} \times 800 = 640 \text{ روپے}$$

روپے

$$\text{محصول کی تعداد} = 10 \frac{2}{5} + 1 + 7 \frac{3}{5} = 17 \frac{7}{5} \text{ آنے فی روپیہ}$$

$$\text{کل محصول} = 17 \frac{7}{5} \times 2 = 140 \text{ روپے}$$

روپے

$$\text{کل خرچ} = \text{انکم ٹیکس} + \text{کرایہ} + \text{محصول} = 250 + 800 + 140 = 1190$$

$$\text{بچت} = 7500 - 1190 = 6310 \text{ روپے جواب}$$

بل بیچ

جب ہم کسی دکاندار سے کچھ چیزیں خریدیں۔ تو وہ ہمیں چیزوں کی فہرست بمعہ قیمت ترتیب وار لکھ کر دیدیگا۔ اس فہرست

کو بل بچک بولتے ہیں۔

نمونہ حسب ذیل ہے

چوڑا بازار لدھیانہ

10-12-28

صاحب رام خاں اگر وال خبر لمرچنٹ لدھیانہ

خدمت لالہ امر ناعہ اگر وال ہیڈ ماسٹر لوئرڈال سکول داؤد پور تحصیل موگہ

نام سے مع تعداد	قیمت فی سنہ	پائی	انہ	روپے
اردو کورس حصہ سوم ۵ عدد	۹ رو ۳ پائی فی	۵	۱۵	۴
پینسل ۷۶ ۲۱ درجن	۱۰ رو ۳	۶	۹	۴
چاقو ۴ ۱/۲	۱۶	۰	۱۱	۱
ٹائم پیس ۲ عدد	۸ رو	۰	۰	۱۱
سیاہی ۱۵ بکس	۱۰ رو ۶	۶	۱	۶
میزان کل		۰	۰	۲۸

نسبت - تناسب

نسبت :- جب یہ معلوم کرنا ہو کہ کوئی عدد کسی دوسرے عدد میں کتنی مرتبہ شامل ہے۔ یا دوسرے عدد میں کتنی مرتبہ شامل ہے یا دوسرے عدد کا کونسا حصہ یا کتنا ہے۔ یا ان دونوں میں کیا رشتہ ہے۔ تو ہم کہتے ہیں کہ ان اعداد میں کیا نسبت ہے۔ پس نتیجہ نکلا کہ دو ہم جنس مقداروں کے باہمی رشتے کا نام نسبت ہے۔

مثلاً 3 : 4 یا 6 : 12 وغیرہ

نسبت کے پہلے عدد کو مقدم اور دوسرے کو تالی بولتے ہیں۔

مثلاً 3 مقدم ہے اور 4 تالی ہے

نسبت معکوسہ دیتی :- جس میں مقدم چھوٹا اور تالی بڑا ہو۔

مثلاً 4 : 3 وغیرہ

نسبت نزولی :- جس میں تالی چھوٹا اور مقدم بڑا ہو۔

مثلاً 4 : 3 یا 5 : 2 وغیرہ

تناسب :- اگر دو نسبتیں برابر ہوں۔ تو ان کے باہمی تعلق کو تناسب

بولتے ہیں۔ مثلاً 2 : 3 :: 4 : 6

متناسب اعداد :- اگر چار اعداد ایسے ہوں کہ پہلا عدد دوسرے

میں اتنی بار شامل ہوں جتنی دفعہ تیسرا چوتھے میں۔ تو ان چاروں

عددوں کو متناسب اعداد کہیں گے مثلاً 4 : 8 :: 6 : 12 اسے

نسبت اور متناسب کا فرق :- نسبت دو عددوں میں ہوتی

ہے اور متناسب چار عددوں میں ہوتا ہے۔ گویا کہ دو نسبتوں کے

برابر ہونے سے تناسب پیدا ہوتا ہے۔

خواص :- تناسب میں طرفین کی حاصل ضرب = اوساط کی حاصل ضرب کے

طرفین کی حاصل ضرب = اوساط کی حاصل ضرب

$$6 \times 8$$

$$12 \times 4$$

=

مثال 5 : 12 :: 10 : 60 میں نامعلوم مقدار معلوم کرو

12 × 5 = 60 اور 10 × 6 = 60

نامعلوم عدد 6 ہے

6 : 12 :: 10 : 60

مثال 1 : 2 :: 40 : 80

ہیں۔ ان کے پاس تین ہفتوں کی خوراک ہے بناؤ ۷ ہفتے تک وہی

خرماک کتنے باشندوں کے لئے کافی ہے۔ 3200
 $9600 = \frac{22400 \times 3}{7} = 22400 : x :: 7 : 3$

نفع و نقصان

کوئی چیز جتنے کو خریدی جاوے اُسے قیمت خرید اور جتنے کو بیچی جاوے اُسے قیمت فروخت کہتے ہیں۔

(۱) قیمت خرید - قیمت فروخت = نقصان

(۲) قیمت فروخت - قیمت خرید = نفع

(۳) قیمت خرید + نفع = قیمت فروخت

(۴) قیمت خرید - نقصان =

(۵) قیمت فروخت + نقصان = قیمت خرید

(۶) قیمت فروخت - نفع =

نفع یا نقصان ہمیشہ قیمت خرید پر شمار کیا جاتا ہے۔ اور عام طور پر حساب میں نفع یا نقصان فی صدی شمار ہوتا ہے۔ اس جلد پتہ لگ جاتا ہے۔ کہ نفع ہوا یا نقصان۔ لیکن روزانہ حساب میں فی صدی ضروری نہیں۔

مثال ایک گھوڑا 350 روپے کو بیچنے سے $12\frac{1}{2}$ فیصدی نقصان ہوتا ہے۔ بتاؤ کتنے کو بیچے کہ 10 فیصدی فائدہ ہو۔

حل اگر 100 خرید تو فروخت $87\frac{1}{2}$ روپے ہے

$$\frac{2}{8} = \frac{1 \times 175}{2} = 87\frac{1}{2}$$

جب ایک روپے کو بیچے تو خرید $\frac{8}{7}$

جب ۳۵۰ کنبیجے تو خرید $\frac{8}{7} \times 350 = 400$ روپے

۱۰۰ روپے نفع = ۱۰ روپے

جب ۱۰۰ تنزید ہو تو فروخت = ۱۱۰ روپے

۱ = $\frac{110}{100} = \frac{11}{10}$ روپے

۴۰۰ = $\frac{11}{10} \times 400 = 440$ روپے

جواب

مثال ۲ = ایک دوکاندار اپنی چیزوں پر نقد قیمت سے

۵ فیصدی زیادہ لکھ دیتا ہے۔ تو بتاؤ اس چیز کی قیمت

اصل کیا ہوگی۔ جس کی قیمت ۹ روپے لکھی ہو۔

حل :- جب اصل قیمت ۱۰ روپے تو ۱۲۰ لکھ دیتا ہے

۱ = $\frac{120}{100}$

جب لکھی ہوئی قیمت $\frac{6}{5}$ روپے ہے تو اصل قیمت = ۱ روپیہ

۱ = $\frac{5}{6}$

۹ = $\frac{5}{6} \times 9 = 7\frac{1}{2}$

= $7\frac{1}{2}$ = ۷ روپے ۸ جواب

کام و وقت

جبنا کام وقت کی کسی ایک اکائی میں کیا جاوے۔ تو
کل کام اسے وقت میں ہوگا۔ جتنے کہ کل کام کے حصے وقت
کی اکائی میں کئے ہوئے کام کے برابر ہو سکیں گے

قاعدہ

مثلاً ایک گھنٹہ میں ایک دیوار
 کل کام = وقت کی اکائی میں کیا ہوا کام
 حل $\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \div \frac{1}{6} = 1 \times \frac{6}{6} = 6$ گھنٹہ
 دقت کی اکائی میں کیا ہوا کام = وقت

مثال نمبر ۱۔ ایک کام ۱۲ دن میں ب ۱۶ دن میں ج ۱۸ دن میں بتا
 بتاؤ تینوں ملکر کل کام کتنے دنوں میں کریں گے

حل :- ا کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{12}$ حصہ
 ب کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{16}$ حصہ
 ج کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{18}$ حصہ
 تینوں کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{12} + \frac{1}{16} + \frac{1}{18} = \frac{8+9+12}{144} = \frac{29}{144}$
 کل کام $\frac{29}{144} \div 1 = \frac{29}{144} \times 1 = \frac{144}{29}$

تقریباً ۵ دن میں

مثال نمبر ۲۔ ا ب ایک کام کو ۲۰ دن میں ج ۲۴ دن میں ج ا
 ۳۰ دن میں بتاؤ ہر ایک علیحدہ علیحدہ کتنے دن میں کرے گا۔

حل :- ا ب کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{20}$ حصہ
 ج کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{24}$ حصہ
 ج ا کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{30}$ حصہ
 تینوں کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30} = \frac{4+5+6}{120} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$

یاد رہے کہ $\frac{1}{8}$ حصہ میں دو ا و دو ب دو ج نے کام کیا ہے
 اس لئے کہ آدییوں کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{8}$

تینوں کے ایک دن کے کام میں سے ا ب کا ایک دن کا کام
 ج کا ایک دن کا کام = $\frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$ حصہ

نکالا تو ج کا ایک دن کا کام رہا = $\frac{1}{20} - \frac{1}{16} = \frac{4-5}{80} = \frac{1}{80}$
 $\frac{1}{80}$ حصہ کام ج کا ایک دن کا : کل کام $\frac{1}{80} \div 1 = \frac{80}{1} \times 1 = 80$
 کل کام میں سے ج کا ایک دن کا کام نکالا تو ا کا ایک دن کا
 کام رہا = $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{2-3}{48} = \frac{1}{48}$ حصہ ا کا ایک دن کا کام
 : ا کا کل کام $\frac{1}{48} \div 1 = \frac{48}{1} \times 1 = 48$ دن
 کل کام میں سے ج کا ایک دن کا کام نکالا تو باقی ب کا ایک دن
 کا کام رہا = $\frac{1}{16} - \frac{1}{30} = \frac{3-15}{240} = \frac{7}{240}$ حصہ ب کا ایک دن کا کام
 : کل کام $\frac{7}{240} \div 1 = \frac{240}{7} \times 1 = \frac{240}{7} = 34\frac{2}{7}$

۱ = 48 دن میں ج $34\frac{2}{7}$ دن میں ج 80 دن میں کل کام کرے گا

نمل و حوض

از قاعدہ کام اور وقت

اس قسم کے سوالات کام اور وقت کے متعلق ہوتے ہیں -
 فرق صرف یہ ہے کہ بعض وقت ایک نامی غالی کرتی ہے - اور
 دوسری بھرتی ہے - اس صورت میں دونوں کا فرق لینا پڑتا ہے
 ورنہ کام کے اور وقت کے سوالوں کی طرح کام کو جمع کیا جاتا ہے
 جیسا کہ ذیل کی مثال سے واضح ہو جائیگا -

مثال :- ایک نامی ایک تالاب کو 2 گھنٹہ میں بھرتی ہے اور
 دوسری 2 گھنٹہ میں غالی کرتی ہے - اگر تالاب غالی ہو تو کتنی
 دیر میں بھر جائیگا -

پہلی نالی کا ایک گھنٹہ کام = $2\frac{1}{2}$ اے اب پتہ لگتا ہے کہ ایک نالی
 دوسری = $\frac{1}{4}$ اے کل تالاب کا $\frac{1}{2}$ حصہ ایک گھنٹہ
 میں بھر دیتی ہے۔ اور اس کے ساتھ ساتھ آتے ہی عرصے میں
 دوسری نالی $2\frac{1}{2}$ حصہ ایک گھنٹہ میں تالاب کا خالی کر دیتی ہے۔
 اس لئے ایک گھنٹہ میں تالاب میں کچھ حصہ پانی کا بچ رہے گا
 جو بچے گا = $2\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{10}{4} - \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ حصہ
 پس ایک گھنٹہ میں $\frac{1}{2}$ حصہ تالاب کا بھر دیں گی
 کل کام اب $12\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2} \times 1 = 12\frac{1}{2}$ گھنٹے میں بھر جائیگا۔

وقت اور فاصلہ

(کام اور وقت)

اس قاعدے میں رفتار فی گھنٹہ یا فی منٹ یا فی سکند بتلائی
 جاتی ہے

فاصلہ طے کردہ = رفتار \times وقت

وقت = $\frac{\text{فاصلہ}}{\text{رفتار}}$

مثال :- ایک شخص کی رفتار ۱۰ میل فی گھنٹہ ہے۔ کچھ فاصلہ $6\frac{1}{4}$ گھنٹہ
 میں طے کر لیا۔ بتاؤ کتنا سفر کیا

۵ = $\frac{25}{4} \times 10 = \frac{125}{2} = 62\frac{1}{2}$ میل فاصلہ کل
 اصل بطرز دیگر پڑتا ہے = وقت = $\frac{125}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{125}{20} = 6\frac{1}{4}$ گھنٹہ
 ۳ = رفتار = $\frac{125}{2} \times \frac{5}{25} = 10$ میل فی گھنٹہ

ایک ہی مثال سے ہر سہ قاعدوں کی پڑتال ہو گئی۔ جو اچھی طرح سے ذہن نشین کر لی جاوے۔

بعض صورتوں میں دو مختلف مقاموں سے سفر ایک ہی نقطے کی طرف ہوتا ہے۔ یہ مخالف سمتوں کا سفر کہلاتا ہے۔

مقام ۱ ← مقام ۲ → مقام ۳

بعض صورتوں میں سفر ایک ہی مقام سے ایک ہی سمت میں ہوتا ہے۔ لیکن کچھ وقفے کے بعد ہوتا ہے۔ جیسا کہ مقام ۱ سے مقام ۲ کی طرف درخت کی طرف چلا۔

۱ + گھنٹہ + ۲

اس کے ایک گھنٹہ بعد ۱ بھی اسی طرف کو چلا یہ سفر ایک ہی طرف کا ہوتا ہے۔

قاعدہ مخالف سمتوں میں اگر چلیں۔ تو وقت = رفتاروں کی حاصل مثال ۱۔ ۱ امرت سر سے ۲ لاہور سے ۳ ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک ہی وقت ایک دوسرے کو ملنے کے لئے چلا

اگر فاصلہ ۳۲ میل کا ہو۔ تو کب ملیں گے

بموجب قاعدہ = وقت = $\frac{\text{درمیانی فاصلہ}}{\text{رفتاروں کا مجموعہ}}$ $= \frac{32}{5+3} = \frac{32}{8} = 4$ گھنٹے

اگر سفر ایک ہی سمت میں ہو تو وقت = $\frac{\text{درمیانی فاصلہ}}{\text{رفتاروں کا فرق}}$

مثال ایک چور کینٹل سے ۴ میل آگے ہے۔ اگر وہ ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے بھاگ رہا ہو۔ اور کینٹل

۷ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے پکڑنے کے لئے دوڑتا ہو۔ تو بتاؤ

سیاہی چور کو کب پکڑے گا۔

حل :- یہ ظاہر ہے کہ درمیانی فاصلہ ۴ میل ہے اور رفتاروں کا

دو میل ہے
اس لئے وقت = $\frac{4}{2} = 2$ گھنٹہ میں چور کو پکڑے گا۔

ریل گاڑی

کام اور وقت

ریل گاڑیاں یا تو ایک دوسری کے مخالف سمتوں میں چلتی ہیں یا ایک دوسری کے ساتھ ساتھ (ایک ہی سمت میں) فاصلہ اور وقت کے قاعدے کے مطابق مل کئے جاتے ہیں۔ لیکن عام طور گاڑیوں کی لمبائی جہاں گانہ دی ہوئی ہوتی ہے۔ اور رفتار بھی دیکھائی ہے یا تو گاڑیاں ایک ہی سمت میں ایک کم رفتار سے اور دوسری تیز رفتار سے جا رہی ہوتی ہیں۔ یا مخالف سمت میں جاتی ہوتی ہیں۔ اور وقت قابل دریافت ہوتا ہے۔ کہ ایک دوسری کے پاس سے کتنی دیر میں گزر جائے گی۔ یا درکھو ایسے سوالات میں گاڑیوں کی لمبائی بہر دو صورتوں (خواہ ایک ہی سمت میں جا رہی ہوں۔ خواہ مخالف سمتوں میں) میں جمع کی جاتی ہے

(۱) اگر مخالف سمتوں سے جا رہی
ہوں تو ایک دوسری کے گزر جانے کو کتنا وقت لگے گا
= وقت

وقت

(۲) اگر ایک ہی سمت میں جا رہی
ہوں ایک کی رفتار تیز اور
دوسری کی سمت رفتار سے
تو کتنی دیر میں عبور کر جائیگی
فرق

(3) اگر کسی ساکن چیز یعنی (کچھ) وغیرہ کو عبور کرنا ہو۔ جبکہ گاڑی
ایک ہی ہو۔ لم وقت = گاڑی کی لمبائی × اکائی وقت رفتار
رفتار

نوٹ :- اگر کسی گاڑی نے کسی لمبی چیز مثلاً مکان وغیرہ جو کہ
ساکن ہو۔ کے پاس سے گزرنا ہو۔ تو گاڑی کی لمبائی میں
اس جگہ کی لمبائی شامل کر کے کل لمبائی گاڑی کی رٹلو۔
مثال نمبر ۱ : اگر دو گاڑیاں جن میں سے ایک ۵۰ فٹ اور دوسری
۵۵ فٹ لمبی ہے۔ متوازی سڑکوں پر مخالف سمتوں
میں ۳۰، ۲۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہیں۔ بتاؤ ان کو
ایک دوسری سے گزرنے میں کتنا وقت لگے گا۔

حل لمبائی گاڑی = $55 = 85 + 80 = 165 = \frac{165}{3}$ گز
وقت = $\frac{55 \times 5}{60 \times 60 \times \frac{1}{33 \times 54}} = \frac{1760 \times 54}{160 \times 32} = 2 \frac{1}{12}$ سیکنڈ

مثال نمبر ۲ : دو ریل گاڑیاں جن میں سے ایک ۵۰ فٹ اور
دوسری ۵۵ فٹ لمبی ہے۔ متوازی سڑکوں پر ایک ہی سمت
میں جا رہی ہیں۔ ان کی رفتار ۲۴ و ۳۰ میل فی گھنٹہ ہے۔ بتاؤ
تیز گاڑی کو سست گاڑی کے عبور کرنے میں کتنا وقت
لگے گا۔

رفتاروں کا فرق = $30 - 24 = 6$ میل
وقت جو لگیگا :- $\frac{55 \times 5}{1260 \times 6} = \frac{1}{192}$ گھنٹہ = $\frac{1}{192} \times \frac{1}{16} = \frac{75}{4}$
رفتاروں کا فرق = $30 - 24 = 6$ میل
وقت جو لگیگا :- $\frac{55 \times 5}{1260 \times 6} = \frac{1}{192}$ گھنٹہ = $\frac{1}{192} \times \frac{1}{16} = \frac{75}{4}$

$\frac{3}{4}$ ۱۸ سیکنڈ جواب

مثال نمبر ۳۰۔ ایک ریل گاڑی ۲۴۰ فٹ لمبی ہے اور ۲۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی۔ بتاؤ وہ ایک سڑک پر کھڑے ہوئے کھجے کو کتنی دیر میں عبور کر جاوے گی

$$\text{وقت} = \frac{80}{1760 \times 20} = \frac{1}{440} = \frac{1}{440} \times \frac{3600}{1} = \frac{3600}{440} = \frac{90}{11} = 8 \frac{2}{11} \text{ سیکنڈ جواب}$$

نہر و کشتی

کام و وقت

اگر بہاؤ کے ساتھ ساتھ کشتی لے جانی ہو تو کشتی کی رفتار
 = پانی کی رفتار فی گھنٹہ + بند پانی میں پانی کی رفتار فی گھنٹہ
 اگر بہاؤ کے برخلاف کشتی لے جانی ہو۔ تو کشتی کی رفتار
 = بند پانی میں کشتی کی رفتار فی گھنٹہ - پانی کی رفتار فی گھنٹہ

دیوالیہ

اگر کسی آدمی کا قرضہ اس کی جائیداد سے بڑھ جاوے تو وہ شخص عدالت میں درخواست دے کر اپنے قرضخواہوں کو اس بات پر مجبور کرتا ہے کہ وہ اپنے زیادہ قرضہ کو میری حقور ہی جائیداد سے حصہ رسیدی وصولی کر لیں۔ اس کو دیوالیہ بولتے ہیں۔
 شرح فی روپیہ جو دیوالیہ ادا کر سکتا ہے = $\frac{\text{کل جائیداد}}{\text{کل قرضہ}}$

جائداد = کل قرضہ * شرح فی روپیہ

قرضہ = جائداد * شرح فی روپیہ

مثال ایک دیوالیہ کا قرضہ 7880 روپے ہے۔ اس کی جائداد 1231 روپے کی ہے۔ بتاؤ وہ فی روپیہ کیا ادا کر سکتا ہے۔

$$\frac{985}{6304} = \frac{1}{2880} \times \frac{4925}{4} = 7880 \div \frac{4925}{4} = \text{شرح}$$

$$\begin{array}{r} 985 \\ 16 \\ 6304 \overline{) 15760} \quad 2 \\ \underline{12608} \\ 3152 \\ \underline{3152} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6304 \overline{) 37824} \quad 6 \\ \underline{37824} \\ 0 \end{array}$$

26 روپائی فی روپیہ ادا کر سکتا ہے

شراکت

شراکت کے معنی ملکہ کام کرنے کے ہیں۔ یہ وہ قاعدہ ہے جس کے ذریعے مختلف آدمیوں میں جو کسی کام میں شریک ہوتے ہیں۔ نفع یا نقصان تقسیم کیا جاتا ہے۔ شراکت دو قسم کی ہوتی ہے۔ (۱) مفرد (۲) مرکب مفرد میں مختلف شریک ایک ہی مدت کے لئے سرمایہ لگاتے ہیں

مرکب = میں مختلف شریک مختلف وقتوں میں سرمایہ لگاتے ہیں
مثال تین شخصوں نے ایک کام میں 700، 1000، 1600 روپے لگائے۔ ایک سال کے بعد اس میں 165 روپے منافع رہا۔ تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملا۔

حل :- کل سرمایہ = 700 + 1000 + 1600 = 3300 روپے۔

$$\text{فی روپیہ منافع جو رہا} = \frac{165}{3300} = \frac{1}{20} \text{ روپیہ}$$

$$\begin{aligned} \text{پہلے کا منافع} &= 700 \times \frac{1}{20} = 35 \text{ روپے} \\ \text{دوسرے کا} &= 1000 \times \frac{1}{20} = 50 \\ \text{تیسرے کا} &= 1600 \times \frac{1}{20} = 80 \end{aligned}$$

جواب 35، 50، 80 روپے

مثال لانے 500 روپے 11 ماہ کے لئے بنے 700 روپے و ماہ کے لئے تجارت میں لگائے۔ کل منافع $\frac{1}{2}$ 265 روپے ہوا۔ ہر ایک کا ہذا گانہ منافع معلوم کرو۔

حل :- اے کے لئے ایک 11 = 500 × 5500 روپے

ب = 700 × 9 = 6300

کل مجموعہ = 5500 + 6300 = 11800 روپے

فی روپیہ منافع $\frac{531}{11800} = \frac{1}{22}$ روپے

ا کا منافع $5500 \times \frac{531}{22600} = \frac{495}{4} = 123 - 12$ روپے ا کا حصہ

ب کا منافع $6300 \times \frac{531}{22600} = \frac{567}{4} = 141 - 12$ روپے ب کا حصہ
جواب

آمینرش

آمینرش کے معنی طے کرنے ہیں۔ یعنی دو چیزوں کا ملکہ مرکب بن جانا
آمینرش کہلاتا ہے۔

آمینرش کے سوالوں میں پہلے نفع یا نقصان کو نکال دیا جاتا ہے

پھر نفع اور نقصان کو برابر کر لیتے ہیں۔ اس قاعدے میں سب سے زیادہ درکار ہے۔

مثال۔ گھٹیا چائے کا نرخ ۱۲ رنی پونڈ اور بڑھیا کا نرخ ۱۸ رنی پونڈ ہے۔ بتاؤ چائے کس نسبت سے ملائی جاویں تاکہ پھر ۱۲ رنی پونڈ کے

حساب سے فروخت کرنے سے ۲۰٪ منافع ہو۔

حل نفع اگر نہ لے تو قیمت فروخت = $\frac{50}{3} = \frac{100}{6} = 16\frac{2}{3}$ گھٹیا چائے ۱۲

۱۲ رنی پونڈ والی $\frac{50}{3}$ رنی پونڈ فروخت کرنے سے

نفع = $4\frac{2}{3}$ رنی پونڈ یا ۵۶ پائی

۱۸ رنی پونڈ والی $\frac{50}{3}$ رنی پونڈ فروخت کرنے سے

نقصان $\frac{1}{3}$ رنی پونڈ یا ۱۶ پائی

نقصان = $18 - \frac{50}{3} = \frac{4}{3}$

نفع = $\frac{50}{3} - 12 = \frac{14}{3}$

$\frac{14}{3} : 4 = \frac{14}{3} : \frac{4}{3}$

7 : 2

ایک پونڈ گھٹیا چائے بچنے سے ۵۶ پائی نفع ہوتا ہے۔ اور بڑھیا = ۱۶ = نقصان = تو اب خیال کرو کہ ان کو کس نسبت سے ملایا جاوے کہ کچھ نفع نقصان نہ ہو۔

۵۶ پائی کے نفع کو کہ پائی کا نقصان $\frac{1}{2}$ پونڈ بڑھیا چائے کا

نقصان پورا کرے گا۔ گویا کہ گھٹیا ایک پونڈ کا نفع ۵۶ پائی اور

بڑھیا $\frac{1}{2}$ پونڈ کا نقصان ۵۶ پائی ہوگا۔ جو برابر ہوگا پس گھٹیا

۱ پونڈ اور بڑھیا $\frac{1}{2}$ پونڈ ملائی جاوے

یا نسبت یہ ہوئی 7 : 2 جواب

مثال ۲۔ اگر ۳ سیر کے دودھ میں ۱۶ سیر پانی ملا کر $2\frac{1}{2}$ سیر چنے

سے **نفع نقصان** نہ ہو۔ تو بتاؤ دودھ کتنے سیر ہے۔

حل دودھ فی سیر نقصان = $\frac{1}{2}$ رنی پائی کا فی سیر منافع $\frac{5}{2}$ رنی

ایک سیر پانی کے نفع کو پورا کرنے کے لئے 5 سیر دودھ کا نقصان شامل ہو۔ تو نفع و نقصان کچھ نہیں ہوتا۔

پس پانی 1 : 5 دودھ جواب

مثال نمبر ۴۔ بین مساوی گلاسوں میں شراب اور پانی ذیل کی نسبت سے ملے ہیں۔ پہلے میں 2 : 3 دوسرے

میں 3 : 4 تیسرے میں 4 : 5۔ اگر تینوں گلاسوں کو ہم ایک برتن میں جمع کیا جاوے۔ تو شراب اور پانی کی نسبت معلوم کر دو۔

پہلے گلاس میں شراب کل کا $\frac{2}{3}$ حصہ دوسرے میں $\frac{3}{4}$ حصہ تیسرے میں $\frac{4}{5}$ حصہ

پہلے گلاس میں پانی کل کا $\frac{1}{3}$ حصہ دوسرے میں $\frac{1}{4}$ حصہ

تیسرے میں $\frac{1}{5}$ حصہ ہے
کل شراب = $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{140 + 135 + 126}{315} = \frac{401}{315}$ حصہ

کل پانی = $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{175 + 180 + 189}{315} = \frac{544}{315}$ حصہ

کل نسبت شراب اور پانی میں $\frac{401}{315} : \frac{544}{315}$ طریق کو

315 میں ضرب دو تاکہ صحیح عدد بن جائے

401 : 544 جواب

جسامت

کسی لمب یا لمب نما کی جسامت نکالنے کے لئے
طول عرض بلندی کرتے ہیں۔ دیگر کلیات مجسمات کے
لئے دیکھو۔ کلیات جھومیٹری

قاعدہ = سطح کا رقبہ \times بلندی = جسامت شے
 ٹوٹ :- بعض بے ڈول چیزوں کی جسامت میرنگ سلنڈر
 کے ذریعے یا تول کر معلوم کرتے ہیں۔

تول کر جسامت :- بے ڈول چیزوں کا وزن \times مکعب کی جسامت
 کسی مکعب کا وزن

= بے ڈول چیزوں کی جسامت

ٹوٹ :- اس قاعدے سے جسامت معلوم کرنے کے لئے مکعب
 بھی اسی دھات کا ہو۔ جس دھات سے کہ بے ڈول چیز بنی
 ہے۔ فقط

سود و در سود

کسی رقم کے اصل زر میں کسی خاص مدت کا سود جمع کر کے
 پھر اتنی اتنی ہی مدت کے بعد سود کو اس کل حاصل شدہ کل
 میں جمع کرتے جانا سود و در سود کہلاتا ہے۔

جیسا کہ کسی رقم کا سود کسی متعین مدت کے بعد ادا کر دیا
 جاتا ہے۔ اگر سود ہر سال مدت متعین تک کا ادا نہ کیا جاوے۔
 تو اصل زر میں وہ ایک سال کا سود ملا کر جو حاصل جمع ہو اس
 پر مقررہ شرح سے **پھر سود لگایا** جاوے اور کچھ مدت تک
 یہی طریقہ جاری رہے تو اس قسم کے سود پر سود کے ایذا دہنے
 رہنے کو سود و در سود کہتے ہیں

قاعدہ (اصل زر) کل زر = اصل زر \times (شرح + ۱۰۰) \times شرح + ۱۰۰
 (شرح + ۱۰۰) علیٰ ہذا القیاس گویا کہ شرح + ۱۰۰ سے اتنی

دفعہ ضرب دو۔ جتنی کہ تعداد سال بائے ہے۔ گویا کہ پہلے ایک روپے کا کل زر ایک سال کا معلوم کرو۔ پھر دے ہوئے اصل کو اسی کل زر کے ساتھ اتنا دفعہ ضرب دو۔ جتنی کہ سالوں کی تعداد ہو۔ حاصل ضرب کل زر مطلوب ہوگا۔

سود و رسود = کل زر - اصل زر

قاعدہ ۲ :- اصل زر کو شرح سے ضرب دے کر ۱۰۰ پر تقسیم کرتے جاؤ۔ اور خارج قسمت میں اصل زر جمع کرتے جاؤ۔ پھر حاصل جمع سے شرح کو ضرب دیتے اور اصل زر جمع کرتے جاؤ۔ حتیٰ کہ اتنی دفعہ ضرب دو جتنی کہ سالوں کی تعداد ہے۔ مثال :- موتی نے ۴۰۰۰ روپے ۵ شرح سے ۶ سال کے لئے قرض لئے۔ بتاؤ سود و رسود کیا ہے۔ اور حساب بیاق کرنے کے لئے موتی کو کیا دینا پڑے گا۔

طریق اول

$$105 = 5 + 100$$

$$\frac{194481}{40} = 4862 \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100}$$

= پائی - آنے - روپے

$$4862 - 0 - 4\frac{4}{5} = \text{کل زر}$$

$$4000 - 0 - 0 = \text{اصل زر}$$

$$862 - 0 - 4\frac{4}{5} = \text{سود و رسود}$$

نوٹ :- اگر شرح ۳ ماہی یا ششماہی ہمارے مدت میں سال ہوں۔

تو ۳ ماہیاں یا ششماہیاں بتالو اور ان کی تعداد کے برابر ضرب دے لو

نوٹ ۲ :- اگر شرح سالانہ ہو اور سالوں میں $2\frac{1}{2}$ سال وغیرہ ہوں تو دو سال کی شرح سالم اور $\frac{1}{2}$ سال کی شرح نصف رکھ کر کل زر معلوم کر کے ضرب دیدو

طریق دوم سے { پہلے سال کا اصل زر = 4000

$$\frac{4000}{5} = \text{سود} = 800$$

دوسرے سال کا اصل زر = 4200 پہلے سال کا کل زر

$$\frac{4200}{5} = \text{سود} = 840$$

تیسرے سال کا اصل زر = 4410 دوسرے سال کا کل زر

$$\frac{4410}{5} = \text{سود} = 882$$

چوتھے سال کا اصل زر = 4630.50 تیسرے سال کا کل زر

$$\frac{4630.50}{5} = \text{سود} = 926.10$$

کل زر = 4862.0250 اصل زر 4000

سود در سود 862.0250

مثال نمبر ۲ چار سو روپے کا سود در سود 4 شرح سے $2\frac{1}{2}$ سال کا

معلوم کر دو؟

طریق اول = 4 + 100 = 104

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{باقی - آنہ - روپیہ} \\ 424 - 5 - 1.25 \\ \text{اصل زر 400} \\ \text{سود در سود 24 - 5 - 1.25} \end{array} \right\} = \frac{10608}{25} = \frac{102 \times 104 \times 400}{25 \times 100}$$

طریق دوم = اصل زر 400

$$\frac{4}{160.00} = \text{پہلے سال کا سود}$$

$$\frac{400}{416} = \text{دوسرے سال کا اصل زر}$$

$$\frac{2}{8.32} = \frac{1}{2} \text{ سال کا سود}$$

$$\frac{416}{424.32} = \text{کل زر } \frac{1}{2} \text{ سال کا}$$

جو 424.32 روپے

جذر

کسی عدد مفروض کے جذر سے مراد یہ ہے۔ کہ اس کا مربع عدد مفروض کے برابر ہو۔ جذر کی علامت = $\sqrt{\quad}$ یہ ہے
مثلاً 25 کا جذر 5 ہے۔ اس لئے 5 کا مربع = 25 کے برابر ہے
یعنی $5 \times 5 = 25$ جواب

جذر کے دو طریقے ہیں (۱) بذریعہ اجزائے ضربی
۲۔ بذریعہ تقسیم۔ اب ہم ان ہر دو قاعدوں کا ذکر کرتے ہیں۔

(۱) بطریق اجزائے ضربی + جس عدد کا جذر لینا مطلوب ہو اس کے نہایت چھوٹے چھوٹے اجزائے ضربی بنالو۔ پھر ایک ہی مقدار کے ہندسوں کے جوڑے جوڑے بنالو۔ اور ان جوڑوں میں سے ایک ایک ہندسے کو ان سب کو علیحدہ علیحدہ لکھ کر آپس میں ضرب دیدو۔

مثال 2304 کا جذر معلوم کرو = اجزاء $8 \times 16 \times 16 = 144 \times 16 = 2304$

$$= \frac{4}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{3}{3 \times 3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{4 \times 4} = 8 \times 9 \times 2 \times 4 \times 4$$

اب

ان کے جوڑے نکالو۔ ان جوڑوں میں سے ایک ایک عدد لے کر
 باہم ضرب دیدو۔ $48 = 2 \times 3 \times 2 \times 4$ جواب

(۲) بطریق تقسیم پہلے دائیں طرف سے تمام ہندسوں کے جوڑے
 (۴) $48 \overline{) 2364}$ اگر آخر میں

ایک ہندسہ بچے۔ تو ایک ایسا ہندسہ
 معلوم کرو۔ جسکو اگر اسی ہندسے سے ضرب
 دی جاوے تو عدد سے کم رہ جاوے۔ اگر ایک

ہندسہ نہ بچے تو آخری جوڑا لے کر اُس پر نئی عمل کرو۔
 مثال مذکور میں 23 پر عمل کیا ہے۔ $4 \times 4 = 16$ اگر 5 کا ہندسہ لے لیتے
 تو $5 \times 5 = 25$ بڑھ جاتے 23 سے تفریق کرنے کے بعد

باقی 7 رہے۔ پھر دو ہندسے (۱۶) لگلا جوڑا اتار 704 ہوئے۔
 اور خارج قسمت کا دو چند کر کے یعنی $2 \times 4 = 8$ کو بائیں طرف
 رکھا۔ اس کے دائیں طرف ایک ایسا عدد رکھا کہ اگر اس سے

ہوئے عدد کو اس نئے ہندسے سے ضرب دی جاوے۔ تو
 حاصل ضرب مقسوم سے نہ بڑھے۔ بلکہ پوری مقسوم کے برابر
 ہو۔ پس خارج قسمت تمام جذر ہو گا۔ مشتق سے اور ذیل کی
 مثال سے یہ قاعدہ اچھی طرح سے ذہن نشین ہو جائیگا۔

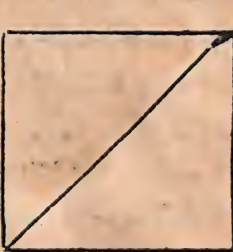
مثال نمبر ۲۔ 15625 کا جذر ہر دو طریق سے لو
 بطریق اجزاء ضربی۔ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 5 = 55$ $5 \times 5 = 55$

جواب 125

(طریق دوم)
 125
 جواب
 $1 \overline{) 15625}$
 15625
 22564
 2431225
 1225
 $+$

نوٹ ۲۔ جو ہندسہ مقسوم علیہ میں بڑھاتے جاؤ۔ وہی خارج قسمت
 میں بھی دائیں طرف (اکائی) کے درجے پر لکھتے جاؤ۔
 سوال بالا میں پہلے ایک کے اجزاء بنائے۔ جو پورا تقسیم ہوا
 پھر خارج قسمت کو دو چند کیا۔ اور اگلا جوڑا لیا۔ ایک عدد 2
 معلوم کیا۔ پھر تمام مقسوم کو 2 سے ضرب دی۔ باقی 12 رہے
 اور اگلا جوڑا اتارا۔ کل 1225 بنے خارج قسمت کو دو چند
 کیا 24 ہوئے۔ اب ایک عدد 5 معلوم کیا۔ پہلے اسے مقسوم
 علیہ میں لکھا۔ تو مقسوم علیہ 245 ہو گیا۔ پھر خارج قسمت میں
 لکھا۔ نو عمل پورا کیا۔ پس خارج قسمت 125 حاصل ہوا۔
 پس یہی جذر ہے۔ جواب 125

کلیات تجربی ہندسہ

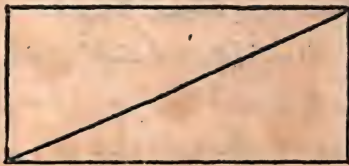


(۱) مربع وہ شکل ہے۔ جس کے چاروں
 ضلع برابر اور چاروں زاویہ قائمے
 ہوں

(۲) مربع کا رقبہ = ضلع \times ضلع یا وتر \times وتر
 ج مربع کا وتر = ضلع \times 1.4142 یا ضلع \times 2

۳۔ مربع کا ضلع = ہار رقبہ
 ۴۔ مربع کا پیرامیٹر = ضلع \times 4

(۲) ۱۔ مستطیل وہ شکل ہے۔ جس کے چاروں زاوے قائمے اور مقابل کے دو دو ضلع برابر ہوں۔



ب۔ مستطیل کا رقبہ = طول \times عرض
ج۔ طول = رقبہ \div عرض، عرض = رقبہ \div طول

د۔ مستطیل کا پیریمیٹر =

(طول + عرض) $\times 2$

(۳) کمرے کی چار دیواری کا رقبہ (طول + عرض) $\times 2 \times$ بلندی،
بلندی = پیریمیٹر $\div 2$

(۴) چھت یا فرش کا رقبہ = طول \times عرض
(۵) زاوے قائمہ۔ جس میں ۹۰ درجے ہوں سکوا قائمہ کہتے ہیں



ا۔ منفرجہ۔ جو زاویہ قائمہ سے

چھوٹا ہو۔

ج۔ مادہ یا آبیوس۔ جو قائمے سے بڑا

اور دو قائموں سے چھوٹا ہو۔



جیسے یہ

د۔ پلینٹ۔ جب کوئی سے دو
زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہوتا ہے۔ تو ان میں
ہر ایک کو دوسرے کا پلینٹ بولتے ہیں۔ اور یہ دونوں زاویے
ایک دوسرے کے پلینٹری زاوے کہلاتے ہیں۔

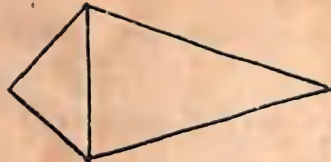
ہ۔ کانٹینٹری۔ جب زاویوں کا مجموعہ ایک قائمے کے برابر
ہوتا ہے۔ تو وہ زاوے کانٹینٹری کہلاتے ہیں۔ اور ایک

دوسرے کا کا پلیمینٹ کہلاتا ہے۔
 (ب) معکوس یا کانجوگیٹ وہ زاویہ ہے
 جس کی مقدار دو قاعوں سے زیادہ ہو
 (۶) چوکور رقبہ = $\frac{1}{2} \times \frac{\text{طول کے دو ضلعوں کا مجموعہ} \times \text{عرض کے دو ضلعوں کا مجموعہ}}{2}$
 یا $\frac{1}{2} \times \text{وسطی طول} \times \text{وسطی عرض}$

سجہ ٹکونوں میں تقسیم کر کے رقبہ نکالو۔ (دیکھو قاعدہ رقبہ ٹکون)
 (۷) ٹرپیزائیڈ یا ذوزنقہ کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times \frac{\text{متوازی ضلعوں کا مجموعہ} \times \text{عمود}}{2}$

(۸) عمود = رقبہ ÷ نصف مجموعہ متوازی اضلاع کا
 رابیس کا رقبہ = $\frac{\text{دو دوتروں کی حاصل ضرب}}{2}$

(۹) پتنگ یا کانٹ کا رقبہ
 دو دوتروں کی حاصل ضرب
 $\frac{1}{2}$

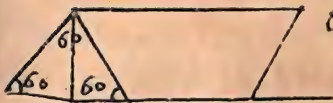


متوازی الاضلاع

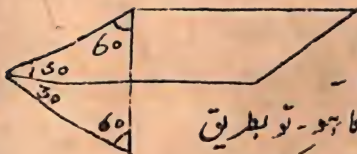
(۱۵) اگر متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ \times عمود یا ارتفاع

(ب) ارتفاع متوازی الاضلاع = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$

(ج) قاعدہ = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$



(۱۶) اگر زاویہ ۶۰ کا ہو تو اندر ایکوی لیٹرل ٹکون بنا کر عمود معلوم کرو۔



(۱۷) اگر زاویہ ۶۰ کا ہو تو باہر ٹکون بنا کر عمود معلوم کرو۔
 (۱۸) اگر زاویہ ۴۵ درجے کا ہو تو بطریق قائم الزاویہ ٹکون عمود معلوم کرو۔

یعنی ضلع کو ۲ پر تقسیم کرو۔ وہ عمود ہو گا۔



ٹکون — — —

(۱۹) ٹکون کی چار قسمیں ہوتی ہیں

(۱) غیر متساوی الاضلاع (۲) ایکوی لیٹرل (۳) آئسو سیلس (۴) قائم الزاویہ

(۱۲) ٹکون کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ} \times \text{عمود}}{2}$

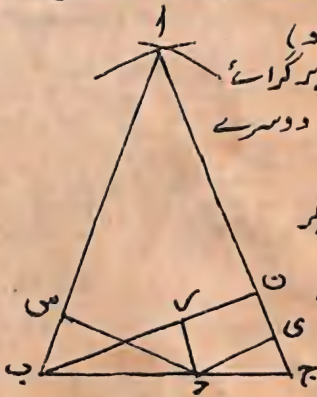
(۱۳) غیر متساوی الاضلاع ٹکون کا رقبہ = تینوں ضلعوں کا نصف مجموعہ لیکہ ہر سے اضلاع فرداً فرداً تفریق کرو۔

پھر نصف مجموعہ اضلاع ضرب حاصل تفریق اضلاع پھر حاصل ضرب کا جذر لو

۱۴ (۱۴) نصف مجموعہ اضلاع \times حاصل تفریق ضلع \times حاصل تفریق ضلع \times حاصل تفریق ضلع
 (۱۴) آئی سو سیس تکون کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ} \times \text{عمود}}{2}$
 نکوٹا اگر اضلاع معلوم ہوں۔ تو عمود نکالنے کے لئے دیکھو
 طریق قائم الزاویہ تکون

(۱۵) اگر قاعدے کے کسی نقطے سے دو نو ضلعوں پر عمود گرائے
 جاویں۔ تو دو نوں عمودوں کا مجموعہ قاعدے کے کسی
 اور نقطے سے ضلعوں پر گرائے ہوئے عمودوں کے مجموعے

برابر ہوگا + (ثبوت دیکھو)
 ج ب سے جتنے عمود دو نو اضلاع پر گرائے
 جاویں گے۔ ان ہر دو کا مجموعہ دوسرے
 ہر دو عمودوں کے برابر ہوگا۔
 سی د + دی = ج ب کے یا دیگر
 عمودوں کے



د ص ج تکون = د سی ب تکون کے
 د ص ج = سی د کے
 د = سی د کے

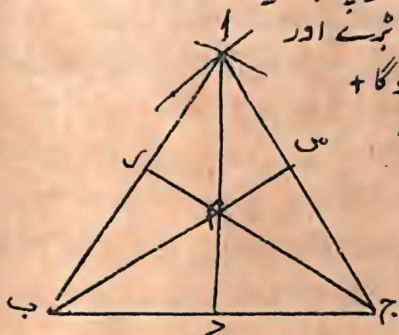
پس سی د + دی = ج ب کے

$$\frac{\text{ضلع} \times \text{ضلع} \times 866}{2}$$

(۱۶) (۱۶) ایکوی لیٹرل تکون کا رقبہ =

$$\frac{\text{عمود} \times \text{رقبہ} \times 2}{\text{ضلع}}$$

(۱۶) اگر ایکوی لیٹرل ٹکون کے نقطہ وسط یا اندر کوئی سا نقطہ لیا کر اگر تینوں ضلعوں پر عمود کھینچے جاویں -



تو ہر سہ عمودوں کا مجموعہ ٹہرے اور اصلی عمود کے برابر ہو گا +

ثبوت ۱۔ ا م ج ٹکون کا رقبہ

$$= \frac{ا ج \times م س}{2}$$

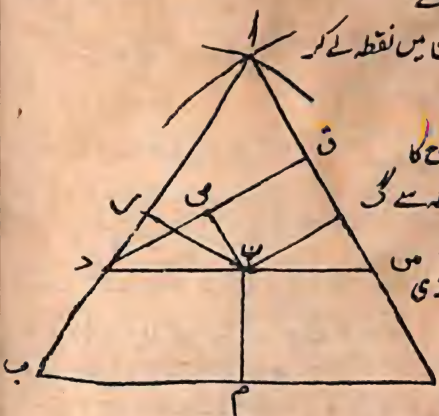
ج م ج ٹکون کا رقبہ

$$= \frac{ج ب \times د م}{2}$$

$$ا م ج ٹکون کا رقبہ = \frac{ا ب \times م س}{2}$$

چونکہ ہر سہ ضلع برابر ہیں۔ اس لئے رقبہ ٹکون = ضلع \times ہر سہ عمودوں کی حاصل جمع عام طریق سے رقبہ = ضلع \times عمود پس ثابت ہوا کہ ہر سہ عمودوں کی حاصل جمع = اصل عمود کے ۲

ثبوت ۲۔ ا ب ج ٹکون میں نقطہ لے کر عمود کھینچو



بناؤ **د ن** نقطہ سے ب ج کا

متوازی کھینچو۔ اور نقطہ سے گ

گ ن کا متوازی د ن اور م

ن نقطہ سے ج ا کا متوازی

ن م بناؤ۔

گ ن = د ن کے ج

(خطوط متوازی کے درمیان ہے)

ن د ر = ن ص د کے قائلے ہیں
 ص ن د = گ۔ س ن متوازی خطوں سے بنتے ہیں۔
 گ س ن = ر د ن کے کیونکہ ب ج کا متوازی دس ہے۔
 ر د ن = ص ن د

ن د ر ہر دو تگولوں میں مشترک ہے
 ص ن د مثلث = ی ن د تگول کے۔ تو
 ص د = ر ن کے چونکہ ر ن عمود ہے
 ق د = ر ن + گ ن عمود کے ان میں م ن عمود کو
 زیادہ کیا۔ تو مجموعہ ہر سہ عمودوں کا بڑے عمود کے برابر ہو
 گیا۔ چونکہ اس د تگول ایکوی لیٹرل تگول ہے۔ اس کے
 تمام عمود یکساں ہوں گے۔ د ق اس کا عمود ہے۔ اگر اس
 کو م ن میں زیادہ کریں گے۔ تو تمام کل عمود ہوا جائیگا۔

کلیات عام تگولوں کے متعلق متشابہ ہونے کی صورتیں

(۱۸) اگر مثلث کے تینوں زاوے دوسرے مثلث کے تینوں زاوے
 سے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں۔ تو مثلث متشابہ ہوں
 گے۔

۱۹ اگر مثلث کے تینوں ضلعے دوسری مثلث کے تینوں ضلعوں
 اپنی اپنی نظیر کے مطابق کوئی خاص نسبت رکھتے ہوں۔

تو مثلث متساویہ ہوں گی

(20) اگر دو ضلع اور درمیانی زاویہ دوسری مثلث کے اپنی اپنی نظیر کے یا ویسے ہی ضلعوں سے کوئی خاص نسبت نہ ہوں۔ تو مثلث متساویہ ہوں گے۔

(21) دو متساویہ مثلثوں کے اضلاع متناظرہ کے مربعوں میں جو نسبت ہوتی ہے۔ وہی ان کے رقبوں میں ہوتی ہے

(22) دو متساویہ مثلثوں کے عمودوں کے مربعوں میں جو نسبت ہوتی ہے۔ وہی ان کے رقبوں میں ہوگی +

(23) قائم الزاویہ اگر ٹکون کے زاویہ قائمہ سے اگر عمود وتر پر گرایا جاوے۔ تو دو متساویہ مثلث پیدا ہوتے ہیں۔

(24) مثلث کے کسی زاویہ کی تنصیف کرنے والا خط قاعدے کی اسی نسبت سے تقسیم کرے گا۔ جو نسبت کہ اسکو گھیرنے والے ضلعوں میں ہوگی۔

(25) اگر کسی مثلث کے ایک ضلع کے نقطہ وسط سے کوئی قاعدے کا وسط کھینچا جاوے تو وہ دوسرے ضلع کی بھی تنصیف کر دیتا ہے۔ نیز دونو ضلعوں کے نقاط تنصیف کو لانے والا خط قاعدہ کا متوازی ہوا کرتا ہے۔

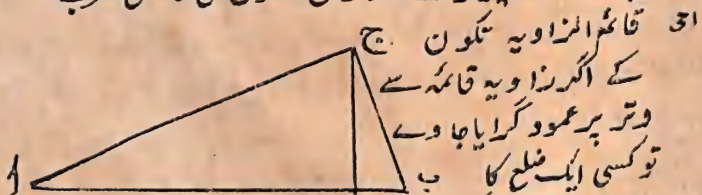
26 اور جو نسبت متساویہ ٹکونوں کے رقبوں میں ہوگی۔ وہی ان کے اضلاع متناظرہ کے مربعوں میں یا عمودوں کے مربعوں میں ہوگی۔

27 متساویہ ٹکونوں کے عمودوں میں وہی نسبت ہوگی۔ جو کہ ان کے اضلاع متناظرہ کے مربعوں میں ہوگی۔

قائمہ الزاویہ تکون کے متعلقہ اصول

27 قائم الزاویہ تکون کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ} \times \text{عمود یا عمود}}{2}$ = $\frac{\text{رقبہ} \times 2}{\text{قاعدہ}}$
 (28) ۱۔ قائم الزاویہ تکون میں قاعدے کا مربع + عمود کا مربع = وتر کے مربع کے

(ج) اگر وتر اور عمود معلوم ہوں۔ تو عمود = $\sqrt{\text{وتر کا مربع} - \text{قاعدہ کا مربع}}$
 7۔ اگر وتر اور عمود معلوم ہوں۔ تو قاعدہ = $\sqrt{\text{وتر کا مربع} - \text{عمود کا مربع}}$
 (29) اگر قائم الزاویہ تکون کے زاویہ قائمہ سے وتر پر عمود گرایا جاوے۔ تو وتر کے دونوں حصوں کی حاصل ضرب عمود کے مربع کے (جذر لے کر عمود بھی معلوم ہو سکتا ہے)۔
 (۳۰) قائم الزاویہ تکون کے زاویہ قائمہ سے جو عمود وتر پر گرایا جاوے۔ دو وتر کے دونوں حصوں کی حاصل ضرب



۱۱ قائم الزاویہ تکون کے
 کے اگر زاویہ قائمہ سے
 وتر پر عمود گرایا جاوے
 تو کسی ایک ضلع کا
 مربع = وتر تکون \times اسی طرف کے حصے کی حاصل ضرب کے
 جیسا کہ (ج \times ج) = (ا \times ب) اور (ا \times ج) = (ب \times د)
 (32) اگر قائم الزاویہ تکون کے زاویہ قائمہ سے تکون کے وتر
 کے نقطہ تقصیف میں خط ملا یا جاوے۔ تو زاوے قائمہ
 سے نقطہ پر ملائے ہوئے خط کی لمبائی = $\frac{\text{وتر}}{2}$

33 قائم الزاویہ تکون میں وتر کے مقابل کا ضلع ا ہو۔ تو 90° کے

مقابل کلمہ ۲ ہوگا۔

(34) قائم الزاویہ تکون میں زاوے قائے کے گرد کے ضلعوں کی حاصل ضرب = وتر تکون x زاوے قائے سے گزرا یا ہو وتر پر عمود کے +

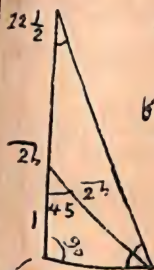
(35) اگر ۳ کے مقابل کا ضلع ا ہو تو ۹ کے مقابل کا ۲ ہوگا۔

اور 6 کے مقابل کا ۳ ہوگا۔

(36) اگر $2\frac{1}{2}$ کے مقابل کا ضلع ا ہو۔ تو $6\frac{1}{2}$ کے مقابل کا

کا $2\frac{1}{2}$ اور 9 کے مقابل

ہوگا $\frac{2+4}{2}$ ۲
(37) اگر ۵ کے مقابل کا ضلع ا ہو۔ تو 5 کے مقابل کا $\frac{2+3}{2}$ ۲ اور 9 کے مقابل کا $\frac{2+3}{2}$ ۲ ہوگا۔



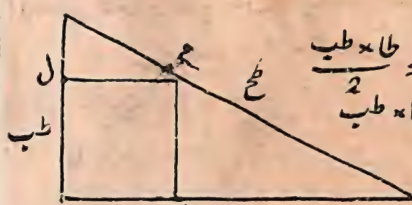
(38) قائم الزاویہ تکون کے ضلعوں پر بنائے

ہوئے دائرے جن کے نصف قطر ضلع میں + دائروں کے رقبوں کا مجموعہ اُس دائرے کے برابر ہوگا۔ جس کا نصف قطر وتر تکون ہے۔

(39) قائم الزاویہ تکون کے ضلعوں پر اگر نصف دائرے بنائے جائیں۔ اور قاعدے اور عمود پر بنائے ہوئے نصف دائروں کا رقبہ وتر پر بنائے ہوئے نصف دائرے کے برابر ہو ہوگا (یا در ہے کہ اب اضلاع قطر دائرہ بنائے گئے ہیں۔

(40) قائمہ نادیدہ تکون کے اندر اگر بڑے سے بڑا مربع بنایا جائے
تو اس کا ضلع = رقبہ تکون $\frac{2x}{2}$ قاعدہ + عمود

ثبوت - کل رقبہ سکون = $\frac{\text{طا} \times \text{طب}}{2}$
 جب دو ٹکڑے پیدا ہوئیں - تو رقبہ = $\frac{\text{طا} \times \text{ن م}}{2} + \frac{\text{طا} \times \text{طب}}{2}$



چونکہ $\text{م ل} = \text{م ن}$ کے
 اسلئے $(\text{طا} + \text{طب}) \times \frac{\text{م ن}}{2} = \frac{\text{طا} \times \text{طب}}{2}$
 ∴ $(\text{طا} + \text{طب}) \times \text{م ن} = \text{طا} \times \text{طب}$

پس $\frac{\text{طا} \times \text{طب}}{\text{طا} + \text{طب}} = \text{م ن}$

چونکہ م ن منقطع ہے - مربع کا - پس کلیہ مذکور مکمل ہوا -

لوکس



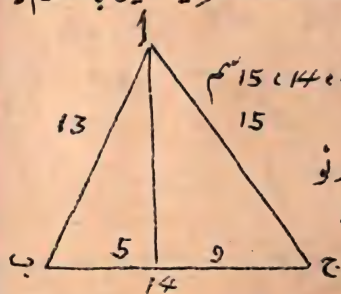
(41) (1) سمٹریکل + جو شکل کسی خط کے گرد -
 گردش کرے - سمٹریکل کہلاتی ہے -
 (ج) جس خط کے گرد کوئی شکل گردش کرے اسے محور سمٹری
 اپنے نصف پر منطبق ہو جائے - تو اسے محور سمٹری
 کہتے ہیں

ج اگر کوئی نقطہ کسی خط سے ہمیشہ برابر فاصلے پر گردش
 کرے - تو اس راستے کو نقطے کا لوکس کہتے ہیں -
 (42) ایک قاعدے پر مساوی رقبے کی ٹکڑوں کے اس کا
 لوکس وہ دائرہ ہوگا - جس کا قطر قاعدہ سکون ہے -

(43) جو نقطہ نقاط معین سے ہمیشہ برابر فاصلے پر رہے - تو
 اس کا لوکس وہ خط مستقیم ہوگا - جو دو نقاط کے ملنے
 والے خط کی تنصیف زاوے قائموں پر گزرتا ہے -

اس اصول سے مثلث کے گرد دائرہ بن سکتا ہے۔
 ۴۴۔ یکساں فاصلہ رکھنے والے متوازی خطوط کو اگر ایک
 خط مستقیم قطع کرے تو اس خط کے درمیانی تمام حصے باہم
 برابر ہوں گے۔

(45) مثلث کا نیا اصول۔ اگر کسی مثلث کے زاویہ راس سے
 قاعدے پر عمود گرایا جاوے۔ تو عمود طریقہ ذیل پر معلوم کیا
 جاتا ہے



مثال ایک مثلث کے اضلاع 13، 14، 15 سم
 میں عمود معلوم کرو۔

$$(15)^2 - (13)^2 = \text{قاعدے کے دونوں} \\
\text{حصوں کے مربعوں کا فرق کے}$$

$$(15 + 13)(15 - 13) = (14 \times 2) \quad (13 + 15)(13 - 15) = (14 \times -2)$$

$$2 \times 28 = (14 \times 2) \quad (14 \times 2) = 28$$

$$28 \div 14 = 2 \quad (14 \div 2) = 7 \quad \text{اب مجموعہ 14 ہے}$$

$$4 = (7 - 2) \quad \text{فرق 4 ہے}$$

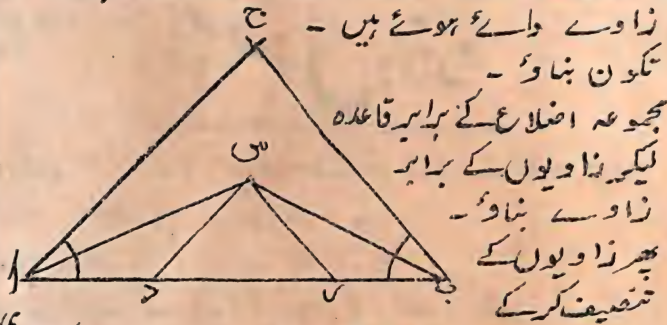
$$\frac{10}{2} = 5 \quad 14 - 4 = 10 \quad \text{نقص}$$

$$5 + 5 = 10 \quad \text{جواب}$$

$$\text{اب } 15^2 - 13^2 = 225 - 169 = 56 \quad \text{اور } 14 \times 4 = 56$$

اصول اخذ ہوا۔ اگر کسی مثلث کے زاویہ راس سے قاعدے
 پر عمود گرایا جاوے۔ تو قاعدے کے ہر دو حصوں کے
 مربعوں کا فرق = راس زاویہ کے گھرنے والے ضلعوں کے
 مربعوں کے فرق کے۔

(۶۶) ٹکون کے تینوں ضلعوں کا مجموعہ اور قاعدے پر کے دو



خط ملاؤ۔ جہاں خط ملیں اُس نقطہ سے اضلاع کے متوازی

کھینچیرو۔ پس ٹکون مطالعہ بن جائے گی۔

(ثبوت) ج ا س + س ب ا د = ۲ قائے -

ج ا س ٹکون کے تینوں زاویوں کا مجموعہ ۲ قائے ہے۔

س ا د = ج ب ا کے

س ب د = س ا ب + ب س ا کے

پس س ا ب + ب ا س + ب س ا = ۲ قائے کے

س ا ب + س ب د = ۲ قائے

اسلئے س ا ب + ب ا س + ب س ا = س ب د

چونکہ س ا ب ر نصف ہے۔ اس لئے ب س ا بھی اس

برابر ہوا

پس ب س ر ضلع = س س کے اس طرح ثابت ہو سکتا

ہے۔ کہ س د = ج ا کے پس ٹکون س ا د مطلوبہ

ٹکون ہے۔

(نوٹ) اسی اصول پر مربع کا وتر اور ضلعوں کا مجموعہ معلوم ہو

تو مربع بن سکتا ہے

اصول دائرہ

(47) دائرے کا رقبہ = نصف قطر × نصف قطر = $\frac{22}{7}$

(48) محیط = $\frac{22}{7}$ × قطر =

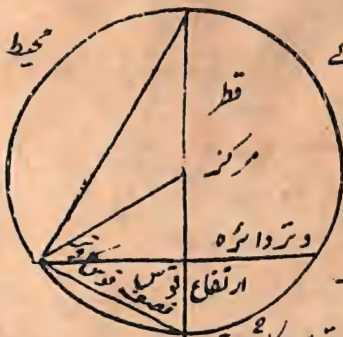
(49) قطر = محیط ÷ $\frac{22}{7}$

(50) نصف دائرے میں جو ٹکون واقع ہوا اسکو قائم الزاویہ ٹکون کہا جاسکتا ہے جو خط دائرے کے مرکز سے گزر کر محیط پر پہنچے۔ اسے قطر دائرہ کہتے ہیں۔ یعنی محیط کے اندر جو لمبے سے لیا خط مستقیم کھینچا جاوے۔ وہ قطر دائرہ کہلاتا ہے۔

(51) دائرے کے وتر کی قائمہ زاویوں پر تنصیف کرنے والے خط قوس کی تنصیف کرتے ہیں۔ اور وتر اور قوس کا درمیانی حصہ خط قوس کی بلند ہی یا ارتفاع کہلاتا ہے۔

(بلندی × باقی قطر = نصف قطر²)

(ج) جو خط نصف دائرہ سے کم حصے میں واقع ہو۔ اسے وتر دائرہ کہتے ہیں



(52) اگر قطر دائرہ اور دائرے کے وتر کو قائمہ زاویوں پر کاٹے

تو وتر دائرہ

ما قطر کے دو نو حصوں کی حاصل ضرب = $\frac{22}{7}$

(53) نصف قوس کا وتر =

ما قطر × ارتفاع قوس یا

بلندی قوس × قطر = (نصف قوس کا وتر)

اگر نصف قطر کی وتر زاوے قائموں پر تفصیف کرے تو
نصف قوس کا وتر بھی نصف قطر کے برابر ہوگا
(55) اگر وتر قوس کے سامنے محیط پر کوئی زاوے پیدا ہوں
تو وہ سب وتر کے سامنے کے مرکزی زاوے سے
نصف ہوں گے۔



(56) دائرے کے وتر کے سامنے کے
تمام زاوے جو وتر کے انجاموں
کو محیط پر ملانے سے بنیں۔ وہ
سب برابر ہوں گے۔
(57) اگر نصف قطر برابر ہوں۔ تو دائرے

بھی برابر ہوں گے
(58) اگر کوئی نقطہ مرکز سے نصف قطر سے زیادہ فاصلہ رکھتا
ہو۔ تو وہ دائرے کے برابر ہوگا۔
(59) جو زاوے نصف دائرے میں واقع ہو۔ وہ زاویہ
قائمہ ہوگا۔

(60) جو زاویہ نصف دائرے سے بڑے قطع میں واقع ہو
وہ قائم سے چھوٹا ہوگا۔
(61) جو زاویہ نصف دائرے سے چھوٹے قطع میں واقع
ہو۔ وہ قائم سے بڑا ہوگا۔

(62) جو چوکور دائرے کے اندر بنائی جاوے۔ اس کے
مقابل کا زاویوں کا مجموعہ 2 قائموں کے برابر ہوگا۔

(63) دائرے کے اندر بنی ہوئی چوکور کا رقبہ = نصف پیری
میٹر متغی ہر چار اضلاع باری باری۔ پھر اس فرق کو

آپس میں ضرب دو۔
قاعدہ ۴ :- نصف پیرمیٹر میں سے ہر چار ضلع تفریق کرو۔
 اور حاصل تفریق کو باہم ضرب دو۔
 یاد رہے کہ نصف پیرمیٹر ضرب نہ کھائے۔ (پھر حاصل ضرب کا
 جائزے لیں)

(64) دائرے کے مرکز سے اگر کوئی عمود وتر پر کھینچا جاوے
 تو وہ وتر کی تنصیف کر دیتا ہے۔ دو نو وتروں کی
 تنصیف کرنے والے عمودوں کا نقطہ تقاطع دائرہ کا مرکز
 ہوگا۔ نیز اسی اصول کی بنا پر تین نقطوں میں سے جو
 خط مستقیم میں واقع نہ ہوں۔ ایک دائرہ کھینچ سکتے
 ہیں +

(65) دائرے کے مرکز سے برابر فاصلے پر کے وتر آپس
 میں برابر ہوتے ہیں۔ فاصلہ سے مراد عمودی فاصلہ
 ہوتا ہے

(66) ایک ہی قوس پر مرکزی زاویہ محیط کے زاویے سے دو
 چند ہوتا ہے۔ اور ایک ہی قطعہ دائرہ میں واقع ہونے والا
 زاویے برابر ہوتے ہیں۔

(67) دائرے کے محیط کے ایک ہی نقطے پر کے نصف قطر
 اور مماس ایک دوسرے پر عمود ہوتے ہیں۔
 (68) اگر دائرہ رابیس کے اندر بنایا جادے۔ تو دائرے
 کا قطر رابیس کے عمود کے برابر ہوگا۔

رقبہ رابیس = قطر دائرہ \times ضلع رابیس
 (69) مساوی قوسوں کے وتر مساوی ہوتے ہیں۔ نیز مساوی

دائرہوں پر قوسیں بھی مساوی ہو سکتی ہیں۔ (لیکن ضروری نہیں)

(70) اگر دو متحدہ المکرزہ دائروں کے درمیانی جگہ کا رقبہ معلوم کرنا ہو۔ تو نصف قطروں کی حاصل جمع ضرب نصف

$$\text{قطروں کا فرق} \times \frac{22}{7} = \text{درمیانی جگہ کا رقبہ}$$

(71) اگر دائرے کے اندر ایسی منتظم اشکال جن کے اضلاع کی تعداد جی پر تقسیم ہو سکیں۔ تو ان کے اضلاع حسب ذیل ہوں گے۔

(ا) شدت مساوی الاضلاع کا رقبہ

$$= \text{نصف قطر} \times \frac{3}{4} \text{ یا نصف قطر} \times 1.0732$$

(ب) چھ ضلع کی شکل (سدس) کا ضلع = نصف قطر کے۔

(ج) بارہ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times 5.17$ ۔

(د) چوبیس ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times 2.6$ ۔

(72) اگر دائرے کے اندر ایسی اشکال جن کے اضلاع کی تعداد 4 پر تقسیم ہو سکے۔ بنائی جاویں تو اضلاع حسب ذیل ہوں گے؛

۱۔ مربع کا ضلع = نصف قطر $\times 2$ یا نصف قطر $\times 1.4142$ ۔

(ب) آٹھ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times 7.65$ یا نصف قطر \times

(ج) سولہ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times 3.9$ ۔

(73) اگر اشکال منتظم دائرے کے باہر بنائی جاویں۔ تو اضلاع اشکال منتظم کے حسب ذیل ہوں گے۔

شدت مساوی الاضلاع کا ضلع = نصف قطر $\times \frac{3}{2}$ یا

مربع کا ضلع = نصف قطر $\times 2$
 (۶ ضلع) سدس کا ضلع = نصف قطر $\times \frac{3\sqrt{2}}{3}$

(۸ ضلع) ثمن کا ضلع = نصف قطر $\times 2(1 - \sqrt{2})$

بارہ ضلع کی شکل کا ضلع = نصف قطر $\times 2(1 - \sqrt{3})$

(۷۴) اگر اشکال نقطہ دائرے کے اندر بنی ہوئی ہوں۔
 تو ان کے رقبہ حسب ذیل طریق سے دریافت کئے جا
 سکتے ہیں۔

(۱) مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ = نصف قطر $\times \frac{3\sqrt{3}}{4}$

(ب) مربع کا رقبہ = (نصف قطر) $\times 2$

(ج) چھ ضلع کی شکل کا رقبہ = (نصف قطر) $\times \frac{3\sqrt{3}}{2}$

(د) آٹھ = = = (نصف قطر) $\times 2\sqrt{2}$

(۱۲) = = = (نصف قطر) $\times 3$

(۷۵) اگر اشکال منظم دائرے کے باہر بنائی گئی ہوں تو اس کے

رقبہ جات حسب ذیل طریق سے دریافت ہو سکتے ہیں۔

(۱) متساوی الاضلاع کا رقبہ = نصف قطر کا مربع $\times \frac{3}{4}$

(ب) مربع کا رقبہ = (نصف قطر) $\times 4$

ج سدس کا = (نصف قطر) $\times \frac{3\sqrt{2}}{2}$

د ثمن کا = (نصف قطر) $\times 8(1 - \sqrt{2})$

و بارہ ضلع کی شکل کا رقبہ = (نصف قطر) $\times 12(1 - \sqrt{3})$

(۷۶) اگر منظم شکل کا ضلع معلوم ہو۔ اور رقبہ دریافت کرنا ہو

تو حسب ذیل طریق پر دریافت کر دو۔

(۱) ایکوی لیٹرل ٹکون کا رقبہ = (ضلع) $\times \frac{3\sqrt{3}}{4}$

ب مربع کا رقبہ = (ضلع) $\times 2$

ج. مسدس کا رقبہ = (ضلع²) × $\frac{3}{2} \sqrt{3}$

7. مثلث کا رقبہ = (ضلع²) × $\frac{1}{2} \sqrt{3}$

(دک) 12 ضلع کی شکل کا رقبہ = (ضلع²) × $3\sqrt{3}$ (3 + 2 + 3)
(77) اگر کسی کثیر الاضلاع غیر منتظم کا رقبہ دریافت کرنا ہو۔ تو اس
شکل کو مثلثوں اور ذوزنقوں میں تقسیم کر لو۔ پھر الگ
الگ مشکلوں کا رقبہ نکال کر جمع کر لو

(78) کسی کثیر الاضلاع منتظم کا رقبہ دریافت کرنا ہو۔ تو شکل
کو مرکز سے کونوں میں خط ملا کر تیکڑوں میں تقسیم کرو۔
پھر ایک تیکڑے کا رقبہ نکال کر تعداد تیکڑوں سے ضرب کر دے

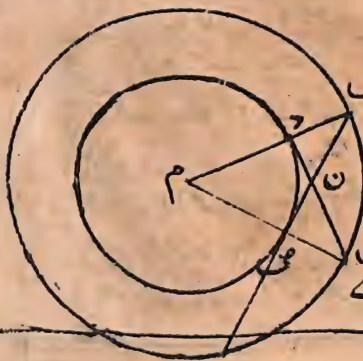
دور 4

(79) سکر کا رقبہ = دائرے کا رقبہ × $\frac{360}{360}$ یا
سکر کا رقبہ = سکر کا محیط × رقبہ دائرہ یا $\frac{\text{نصف قطر} \times \text{قوس سکر}}{2}$
دائرے کا محیط

کار رقبہ
(80) سکر کی قوس = محیط دائرہ × $\frac{360}{360}$

(81) قطعہ دائرہ کا رقبہ = سکر کا رقبہ منفی تیکڑوں کا رقبہ -
(82) دے ہوئے نقطہ سے

دائرے کا مماس



کھینچو +
اس کی وجہ سے
بنائے۔ وہ مقام سے
عمود نکالو۔ یہ ہم کو
پھر اس کے علاوہ نقطہ مماس ہے

(ج) سی م کو ملاؤ۔ اور اس پر نصف دائرہ بناؤ۔ م د کو ملاؤ۔ پھر سی د کو ملاؤ۔ پس نقطہ ماس ہے (83) دو دائروں کے ماس

مشترک بناؤ۔

(۱) جو اس کے ایک ہی سمت میں واقع ہوں

(ب) مخالف سمّوں میں
واقع ہوں

۱) دونو دائروں کے نصف
قطروں کے فرق کے

براسر اندر

ما سرہ بناؤ

میں تم کو

ملفوظ اور

سچی پر نصیحت

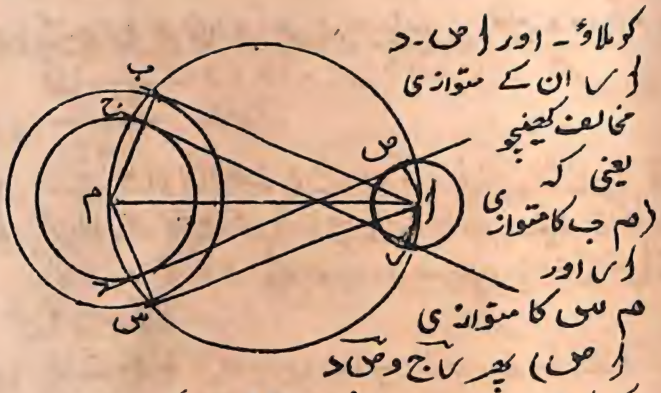
دائرہ بناؤ۔ ہم ق کو

ملاؤ۔ پس اس کا متوازن بنائو۔ پس کو ملاؤ۔

ہم نود تک بڑھاؤ۔ آٹا گولاؤ۔ پس یہ ماس
مشترک ہے۔ اسی طرح۔ دوسری طرف کا ماس
نیاؤ

(ب) دونوں دائروں کے نصف قطروں کے مجموعہ کے برابر
 باہر دائرہ بناؤ۔

۱۴۸ کو ملاؤ۔ اس قطر پر دائرہ بنیاد۔ ص ۱۴۸ و ۱۴۹



کولڈ اور اے۔ د
اے ان کے مساوی
مخالف کیونچو
یعنی کہ
(م ج کا متوازی
اے اور
م اے کا متوازی
اے) پھر راج و اے د
کولڈ و اے بی ماس مخالف سمتوں کے ہیں۔
(84) جو دائرہ سکون کے اندر ہو۔ اس کے محیط کو ان سرکل
نصف قطر کو ان ریڈیس مرکز کو
ہیں۔
ان ریڈیس = $\frac{\text{رقبہ سکون}}{\text{نصف پیریمیٹر سکون}}$

(85) جو دائرہ سکون کے باہر ہو۔ تو اس کے محیط کو سرکم
سرکل۔ نصف قطر کو سرکم ریڈیس اور مرکز کو سرکم
سنٹر بولتے ہیں۔
ہر سہ اضلاع کی حامل ضرب
سرکم ریڈیس = $\frac{\text{ہر سہ اضلاع کی حامل ضرب}}{\text{رقبہ مثلث (چار چند) رقبہ مثلث}}$

(86) مثلث متساوی الاضلاع کا سرکم ریڈیس اس کے
ان ریڈیس سے دو چند ہوتا ہے۔
(87) ا۔ مثلث متساوی الاضلاع میں ان ریڈیس ارتفاع مثلث
کے $\frac{1}{2}$ کے برابر ہوتا ہے

(ج) ایکوی لیٹرل مثلث میں ان ریڈیس = $\frac{\text{ضلع} \times 0.866}{3}$ یا

$$\frac{\text{ضلع} \times 3}{2 \times 3}$$

(۸۸) مثلث متساوی الاضلاع میں سرکم ریڈیس = ضلع $\div 3$

(۸۹) اگر مثلث متساوی الساقین میں قاعدے کے زاویے

۵۵ - ۵۵ درجے کے ہوں - تو سرکم ریڈیس ضلع کے برابر ہوگا۔

(۹۰) مثلث منفرجہ الزاویہ میں زاویہ منفرجہ کے سامنے وتر کا

مربع برابر ہوتا ہے۔ منفرجہ

زاویہ کے گھرنے والے ضلعوں

کے مربعوں میں جمع اس سطح کے دو

چند کے جو کہ ان میں سے ایک

ضلع اور اسی ضلع پر دوسرے

ضلع کے ظل سے بنتی ہے۔

$$2\text{ط}^2 + \text{ط}^2 = \text{ط}^2$$

سامنے کی شکل میں ع حصہ ضلع طب کا ظل ہے۔ جو لا عمود کے

قدم اور ط کے درمیان ہے۔

(۹۱) مثلث حادہ الزاویہ میں کسی زاویہ

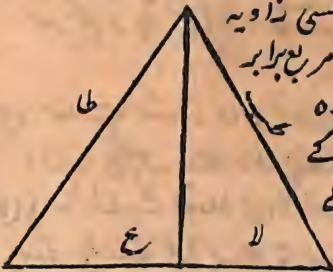
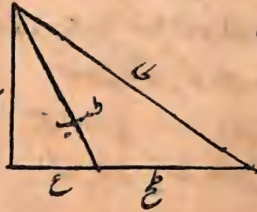
حادہ کے مقابل کے ضلع کا مربع برابر

ہوتا ہے۔ اس زاویہ حادہ

کے گھرنے والے ضلعوں کے

مربعوں میں اس سطح کے

دو چند کے جو ان میں سے



ایک ضلع اور اسی ضلع پر دوسرے ضلع کے ظل سے بنتی ہے۔

$$\text{مثلاً } ط^2 = ط^2 + ط^2 \quad 2 \text{ ط لا}$$

$$(92) \text{ کعب کا رقبہ} = \text{طول} \times \text{عرض} \times 6$$

$$(93) \text{ کعب کی جسامت} = \text{طول} \times \text{عرض} \times \text{بلندی}$$

نوٹ کعب نما کی جسامت بھی اسی طرح معلوم کرو۔

$$(94) \text{ منشور کی پہلوؤں کی سطح کا رقبہ}$$

$$= \text{قاعدہ کا کچھر} \times \text{بلندی}$$



$$(95) \text{ منشور کی جسامت} = \text{رقبہ قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$(96) \text{ بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ} = \text{محیط دائرہ} \times \text{بلندی بیلن}$$

$$(97) \text{ بیلن کی جسامت} = \text{رقبہ دائرہ} \times \text{بلندی}$$

$$(98) \text{ مخروط کی جسامت} = \text{قاعدہ کا رقبہ} \times \text{بلندی عموداً}$$

3

$$(99) \text{ گیند کی جسامت} = \text{نصف قطر} \times \text{نصف قطر} \times \text{نصف قطر}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7}$$

$$(100) \text{ ترچھی نیچے کی بلندی} = \text{مجموعہ} + \text{نصف قطر} = \text{ترچھی بلندی}$$

مستغرق نوٹ

(101) یکساں فاصلہ رکھنے والے متوازی خطوں کو اگر ایک خط مستقیم قطع کرے تو اس خط کے تمام درمیانی حصے باہم برابر ہوں گے۔

۱۰۲ مہر ایک ٹکون کے اندرونی زاویوں کی مقدار دو قائلے ہوتی ہے

(۱۰۳) کسی کثیر الاضلاع منتظم غیر منتظم کے اندرونی زاویوں کی مقدار (ضلعوں کی تعداد $\times 2$) - ۴ قائلے ہوتی ہے۔

(۱۰۴) اگر کسی ٹکون یا چوکور یا کثیر الاضلاع شکل کے بازوؤں کو ایک ہی طرف خارج کیا جاوے۔ تو بیرونی زاویوں کی مقدار ہر صورت چار قائلے ہوگی۔

(۱۰۵) اگر کسی زاوے کی تنصیف کرنے والے خط کے کسی نقطے سے دو عموداوی بازوں پر گرائے جائیں۔ تو وہ عموداویں میں برابر ہوں گے۔ اس اصول پر مثلث کے اندر مس کرتا ہوا دائرہ کھینچا جاسکتا ہے

ب۔ دو خطوں سے کوئی شکل سطح کو گھیرنے والی نہیں بن سکتی۔ ماسوائے دائرے کے باقی تمام اشکال۔ مین یا اس سے زیادہ خطوط سے گھیری جاسکتی ہیں۔

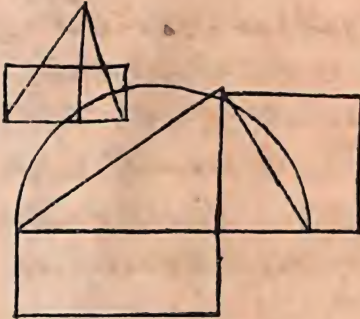
مشکل سوالات کا حل

(۱۰۶) ایک دئے ہوئے دائرے کے برابر مربع بنیاد۔ نصف

آرے ٹکون کا قاعدہ دائرے کے محیط کے برابر الٹا قطر کے برابر ہو۔ تو ٹکون کا رقبہ دائرے کے برابر ہوگا کیونکہ دائرے کا رقبہ = (نصف قطر) $\times \frac{22}{7}$ محیط = نصف قطر $\times \frac{22}{7}$

(نصف قطر) (نصف قطر) $\times \frac{22}{7}$

اس ٹکون کا رقبہ جس کا قاعدہ دائرے کے محیط اور ارتفاع
 دائرے کا نصف قطر ہے = $\frac{\text{قاعدہ یا عمود} \times \text{دائرے کا محیط} \times \text{نصف قطر}}{2}$



پس ظاہر ہے کہ جس
 ٹکون کا قاعدہ دائرے
 کے محیط کے برابر ہو
 اور عمود نصف قطر کے
 برابر ہو۔ تو ٹکون کا
 رقبہ دائرے کے رقبہ
 کے برابر ہو گا۔ دائرے
 کے رقبہ کے برابر ٹکون

بناو۔ جو آسان ہے۔ اب ٹکون کے برابر مستطیل بناؤ
 یعنی عمود کا نصف لو۔ اور قاعدے کا متوازی بنا کر مستطیل
 بنا لو۔ پھر مستطیل کے برابر مربع بناؤ۔ طول اور عرض کے
 برابر خط بنا کر اس پر نصف دائرہ بنا کر اس میں قائم الزاویہ
 ٹکون بناؤ۔ اب اس ٹکون کے عمود پر جو قائم زاویہ سے وتر
 پر گرا گیا ہے۔ مربع بناؤ۔ جو کہ اصل دائرہ کے رقبہ کے برابر ہو گا۔



(107) دے ہوئے مربع کے رقبے
 سے نصف کے برابر مربع بناؤ۔
 اس کے ضلعوں کی تقصیف
 کر کے متصل کے نقطہ تقصیف
 سے ملا دو۔ پس یہ مربع اصل
 مربع کا نصف ہو گا۔

(۱۰۸) ایک مستطیل کھیت کا پیر میٹر ۲۰ ہے اور رقبہ ۸۴ ہے۔ ضلع بناؤ

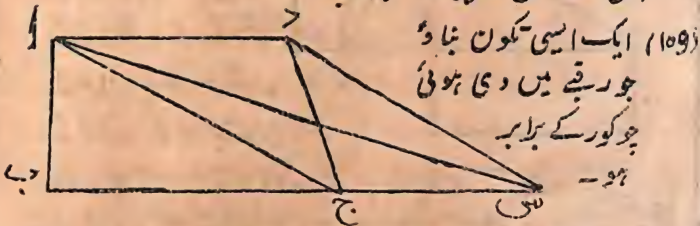
رقبہ کا چوگنا = $4 \times 84 = 336$ رقبے کو ۴ سے ضرب دے کر
 ۴ (ج) بناؤ اور کھینچو کلیاتہ الجبرا۔

پیر میٹر کا مربع = $20 \times 20 = 400$ (ا + ج) کا مربع بنایا۔

فرق = $400 - 336 = 64$ (ا + ج) میں سے ۴ (ج) تفریق
 کیا تو (ا - ج) رو گیا

۸۴ = $\frac{64}{8}$ = پس مجموعہ ۲۰ ہے - فرق ۸ ہے -

اس لئے ضلع = ۱۶، ۸ جواب



(۱۰۹) ایک ایسی ٹکون بناؤ

جو رقبے میں دی ہوئی

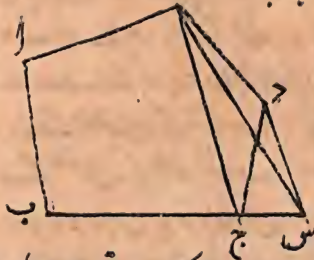
چوکور کے برابر

ہو۔

ا ج کو ملاؤ۔ ج ب کو سیدھ میں خارج کرو۔ د نقطے سے
 ا ج کا متوازی کھینچو۔ ا س کو ملاؤ۔ پس ا س با ٹکون
 برابر ہوگی ا ج ب ج د چوکور کے

(۱۱۰) ایک دی ہوئی محس کے برابر

چوکور بناؤ۔



ا ج ب ج د ا ایک محس ہے

ا ج کو ملاؤ۔ ج ب کو خارج

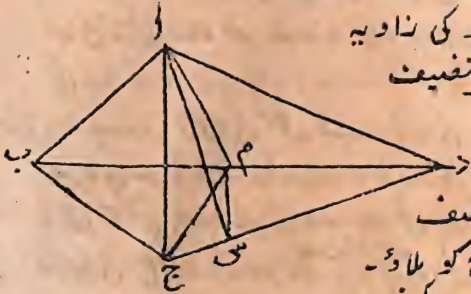
کرو۔ د نقطے سے ا ج کا

متوازی د س کھینچو۔

ا س کو ملاؤ۔ پس ا ب س ج چوکور بنتے ہیں۔ ا ج ب ج

دوسرے محس کے اسی طرح چھ سے پانچ سے ۴، ۴ سے تین
اضلاع کی اشکال بنائی جاسکتی ہیں۔

(۱۱) ا ب ج د چوکور کی زاویہ
ا سے خط کھینچ کر تنصیف
کرو۔



دونوں وتر
کھینچو۔ د ب کا نصف

لو۔ ا م، م ج کو ملاؤ۔
ا ج کا متوازی م میں کھینچو۔

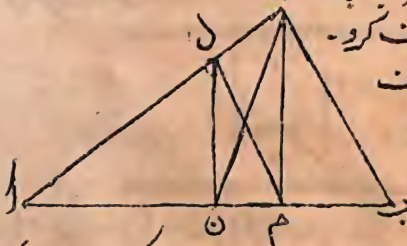
اس کو ملاؤ۔ پس یہ خط چوکور کی تنصیف کرتا ہے۔

(۱۲) ا ب ج ٹکون کی ا ب پر ج
نقطہ م سے تنصیف کرو۔

ا ب کے نقطہ تنصیف

تیسرا زاویہ اس

سے خط ملاؤ۔



پھر ج م میں

خط ملاؤ۔ ن سے ج م کا متوازی ن ل کھینچو۔ ل م کو ملاؤ۔

پس یہ خط ٹکون کی تنصیف کرے گا۔

(۱۳) دو متحدہ الم مرکزہ دائروں کی درمیانی

سطح کا رقبہ نکالنا

(دو لوز دائروں کے نصف قطروں کا

مجموعہ) × دو لوز دائروں کے نصف

قطروں کا فرق $\times \frac{22}{7}$ = رقبہ درمیانی سطح کا۔



نوٹ :- اگر کسی بیلن وغیرہ کی جو کھوکھلا ہو۔ دھات کی
جسامت معلوم کرنی ہو۔ تو درمیانی سطح کا رقبہ نکال کر
لمبائی بیلن سے ضرب دیدو۔ دھات کی جسامت آجائے
گی۔

مثلاً :- ایک نل بیلن کی شکل کا ہے۔ جس کی لمبائی ۲ فٹ ۲ ہے
بیردنی قطر ۱ فٹ ۵ ہے۔ اندر دنی قطر ۱ فٹ ۵ ہے۔ بتاؤ
اس کو کتنی جسامت کی دھات لگی ہوئی ہے۔

$$\text{درمیانی سطح کا رقبہ} = (10+11) \times (11-10) \times \frac{22}{7} = 22 \times 1 \times \frac{22}{7} = 66 \text{ مربع اینچ}$$

جسامت دھات :- $66 \times 50 = 3300$ مکعب اینچ دھات
لگی ہے۔ جواب

الجبر

$$1 - (a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2 - (a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3 - (a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$4 - (a-b-c)^2 = (a-b-c)(a-b-c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$$

$$5 - (a+b-c)^2 = (a+b-c)(a+b-c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$$

$$6 - (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب) \quad (7)$$

$$8 - (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب) \quad (9)$$

$$9 - (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(10) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(11) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(12) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(13) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(14) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(15) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(16) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(17) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(18) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(19) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(20) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(21) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(22) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(23) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$(24) (ا + ب)(ا - ب) = (ا^2 - ب^2) = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$= (ا^2 ر - ر^2 ب) + (ب^2 ج - ج^2 ا) + (ج^2 ا - ا^2 ر) =$$

$$= (ا^2 ر - ر^2 ب) - (ج^2 ا - ا^2 ر) - (ج^2 ا - ا^2 ر)$$

$$(23) \quad (ا^2 ر + ر^2 ب) + (ب^2 ج + ج^2 ا) + (ج^2 ا + ا^2 ر) =$$

$$= ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا + ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا =$$

$$= 2(ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا) =$$

$$= 2(ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا) =$$

$$(24) \quad (ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا) =$$

$$= (ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا) =$$

$$= (ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا) =$$

$$(25) \quad (ا^2 ر + ر^2 ب + ب^2 ج + ج^2 ا) =$$

$$یا$$

$$ا^3 + ب^3 + ج^3 - 3ا ب ج = (ا + ب + ج)(ا^2 + ب^2 + ج^2 - ا ب - ب ج - ج ا)$$

$$(26) \quad (ا^2 + ب^2 + ج^2 - ا ب - ب ج - ج ا) = \frac{1}{2} (ا^2 + ب^2 + ج^2 - ا ب - ب ج - ج ا) + \frac{1}{2} (ا^2 + ب^2 + ج^2 - ا ب - ب ج - ج ا)$$

$$(27) \quad (ا + ب + ج)(ا^2 + ب^2 + ج^2 - ا ب - ب ج - ج ا) =$$

$$= ا^3 + ب^3 + ج^3 - 3ا ب ج = (ا + ب + ج)(ا^2 + ب^2 + ج^2 - ا ب - ب ج - ج ا)$$



۱ (ا) $\frac{4}{1} + \frac{4}{1} =$ اگر $1 + 1$ ب کی طاقت جفت عدد ہو۔ تو

اس کا $1 + 1$ ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے۔
 (ب) $\frac{5}{1} + \frac{5}{1} = 1$ ۔ اگر $1 + 1$ ب کی طاقت

طاق عدد ہو تو رقم $1 + 1$ ب پر تقسیم ہو سکتی ہے

یاد رہے کہ اس صورت میں خارج قسمت میں ایک جزو

ثبت اور دوسرا منفی ہوگا۔ اعلیٰ نما القیاس۔ نیز اس کی طاقت متنازلہ

اور ب کی طاقت متعاہدہ آتی جاوے گی + قوت

ج $\frac{4}{1} - \frac{4}{1} = 0$ ۔ اگر $1 + 1$ ب کی طاقت جفت عدد ہو۔ تو وہ رقم

$1 + 1$ ب پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ یاد رہے کہ اس صورت میں خارج قسمت

میں ایک جزو مثبت ہوگا۔ اور دوسرا منفی علی التواتر

نیز اس کی طاقت متنازلہ اور ب کی طاقت متعاہدہ آتی جاوے گی +

(ح) $\frac{5}{1} - \frac{5}{1} =$ اگر $1 + 1$ ب میں طاقت طاق عدد ہو تو $1 + 1$ ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے

II (ا) $\frac{4}{1} + \frac{4}{1} =$ اگر $1 + 1$ ب میں طاقت کسی جفت عدد کے برابر ہو۔

تو $1 + 1$ ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے۔

(ب) $\frac{5}{1} + \frac{5}{1} =$ اگر $1 + 1$ ب میں طاقت کسی طاق عدد کے برابر ہو

تو بھی $1 + 1$ ب پر تقسیم ہونا ناممکن ہے

نوٹ:- $\frac{1}{1} + \frac{1}{1} =$ میں ن خواہ طاق عدد کے یا جفت عدد کے برابر ہو

لیکن $1 + 1$ ب پر اس کا تقسیم ہونا ناممکن ہے

ج $\frac{4}{1} - \frac{3}{1} = \frac{1}{1}$ $1 + 2 + 3$ کے اگر $1 - 2$ میں طاقت جفت ہو۔ تو تمام رقم $1 - 2$ پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ لیکن یہ یاد رہے کہ خارج قسمت کے تمام جزو مثبت حاصل ہوں گے۔

(د) $\frac{5}{1} - \frac{5}{1} = \frac{0}{1}$ $1 + 2 + 3 + 4$ کے اگر $1 - 2$ میں طاقت خالق عدد کے برابر ہو تو رقم مذکورہ $1 - 2$ پر تقسیم ہو سکتی ہے۔ لیکن یاد رہے کہ خارج قسمت کے تمام جزو مثبت حاصل ہوں گے۔

تشریحات مندرجۃ الصدر قواعدو کے متعلق

(۱) اگر اعداد مقسوم کے درمیان علامت منفی ہو۔ اور ان کی قوتیں یکساں ہو۔ تو مقسوم علیہ جو کہ اُنہیں اعداد سے بنا ہوتا ہے۔ اور اُس کے درمیان بھی علامت منفی ہوتی ہے۔ تقسیم ہو جاتا ہے۔ اور جواب متنازلہ اعداد کے لحاظ سے تمام جمع کی علامات لئے ہوئے آتا ہے۔ جیسا کہ کلیہ علامت کے جزو جمع د میں

(۲) اگر مقسوم کے درمیان علامت جمع ہو۔ اور مقسوم علیہ بھی انہی اعداد سے بنا ہو۔ تو اگر مقسوم اور مقسوم علیہ قوتوں میں جفت نسبت ہو۔ تو رقم تقسیم نہیں ہو سکتی

دیکھو I جزو

(ج) اگر طاقتوں میں طاق نسبت ہو۔ تو رقم تقسیم ہو جائیگی۔

کلیہ I جزو (ج) ۵۱

$$\text{مثال } \frac{2}{1+2} = \frac{4}{1+3} = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{1+2}$$

اب چونکہ ان اعداد کی طاقتوں کے درمیان نسبت طاق ہے۔ اس لئے تقسیم ہو سکتا ہے۔

(۳) اگر قوتیں اعداد کی طاق ہوں۔ اور مقسوم کے درمیان علامت جمع یا منفی ہو۔ اور مقسوم علیہ بھی انہیں اعداد سے بنا ہو۔ اور درمیان میں علامت جمع ہو۔ تو جواب متوازن جمع۔ منفی۔ جمع۔ منفی وغیرہ کی علامات لئے ہوئے ہوگا۔

جیسا کہ کلیہ I جزو (ج) ۵۱

(۴) اگر بے میں اگر کم کی مقدار مقسوم علیہ کی طاقتوں کا جفت گنا ہو۔ تو اولہ ج پر پورا تقسیم ہو جائیگا۔ اور یہ جواب بھی متوازنہ اعداد کے لحاظ سے آئے گا۔ جمع۔ منفی۔ جمع۔ منفی وغیرہ کلیہ I جزو (ج) ۵۱

(۵) اگر بے میں کی قیمت خواہ جفت ہو یا طاق۔ لیکن مقسوم علیہ اپنی اعداد سے بنا ہو۔ اور درمیان میں علامت منفی لئے ہوئے ہو۔ تو رقم تقسیم ہو سکیگی۔ اور جواب تمام جمع کی علامات لئے ہوئے متوازنہ قوتیں رکھتا ہوگا۔ کلیہ II جزو (ج) ۵۱

(۶) اگر بے میں کم کی قیمت خواہ جفت ہو یا طاق عدد ہو۔ لیکن اولہ ج پر پورا تقسیم نہیں ہو سکے گا۔ دیکھو کلیہ II جزو (ج) ۵۱

اور دوسری منفی کی رکھتے چلے جاؤ۔ ذیل کی مثالوں کو دیکھنے سے طالب علم پر بخوبی واضح ہو جائیگا۔

مثال نمبر ۱۔ (۱) $(1 + 5) + 3 = 1 + 5 + 3 = 9$
 (۲) $(1 + 5) + 3 = 1 + 5 + 3 = 9$
 (۳) $(1 + 5) + 3 = 1 + 5 + 3 = 9$

نمبر ۲۔ (۱) $(1 - 5) + 3 = 1 - 5 + 3 = -1$
 (۲) $(1 - 5) + 3 = 1 - 5 + 3 = -1$
 (۳) $(1 - 5) + 3 = 1 - 5 + 3 = -1$

کلیات

V

(۱) اگر مساوی قوتوں کے اور مختلف سروں والے ہم جنس اعداد کو جمع کرنا ہو۔ تو ان کی قوتیں وہی رہتی ہیں۔ لیکن سروں کا مجموعہ بن جاتا ہے۔ جیسا کہ

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 &= 5 \\ 3^2 + 4^2 &= 25 \\ 5^2 + 6^2 &= 61 \end{aligned}$$

(۲) اگر مساوی قوتوں کے اور مختلف سروں والے ہم جنس اعداد کا فرق دریافت کرنا ہو تو ان کی قوتیں وہی رہتی ہیں لیکن سروں کا فرق لیا جاتا ہے۔ جیسا کہ

$$3^2 - 1^2 = 8$$

$$5^2 - 3^2 = 16$$

(۳) اگر مساوی قوتوں کے اور مختلف سروں والے ہم جنس اعداد کو باہم ضرب دی جاوے۔ تو سروں کی حاصل

ضرب ہو جاتی ہے۔ اور طاقتیں جمع ہو جاتی ہیں۔ مثلاً

$$6 \text{ لا}^3 \times 3 \text{ لا}^5 = 18 \text{ لا}^8$$

$$5 \text{ لا}^4 \times 3 \text{ لا}^7 = 15 \text{ لا}^{11} \text{ وغیرہ}$$

(4) اگر کسی مقدار کی قوت کو اسی مقدار کی کسی قوت پر تقسیم کرنا ہو۔ تو مقسوم کا سر مقسوم علیہ کے سر تقسیم ہو جاتا ہے۔ اور قوتیں منفی ہو جاتی ہیں۔

$$5 \text{ لا}^{10} \div 5 \text{ لا}^7 = 1 \text{ لا}^3$$

$$20 \text{ لا}^5 \div 5 \text{ لا}^2 = 4 \text{ لا}^3 \text{ جواب وغیرہ}$$

VII صفر کو خواہ کسی مقدار میں ضرب دیں تو حاصل ضرب

صفر ہو گا۔

$$\text{مثلاً :- } 0 = 0 \times 1$$

$$0 = 0 \times 5$$

VII کسی مقدار کی صفر قوت اکائی کے مساوی ہوتی ہے۔

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = 1 \\ 1 \div 1 = 1 \\ 1^0 = 1 \end{array} \right. \text{ م } = 1 = 1^0 \text{ ہے}$$

VIII کسی مقدار کی کوئی منفی قوت مساوی ہوتی ہے۔

ایک بٹا ہوا اسی مقدار کی اتنی ہی مثبت قوت کے۔

$$1^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{51} \quad 1^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{51} \text{ وغیرہ وغیرہ}$$

علوم متعارفہ

(1) اگر مساوی مقداروں میں مساوی مقداریں جمع کی جائیں

- تو حاصل جمع بھی باہم برابر ہوں گے۔
- (2) اگر مساوی مقداروں میں سے مساوی مقداریں کم کر دی جاویں۔ تو حاصل تفریق بھی باہم برابر ہوں۔
- (3) اگر مساوی مقدار پر کو مساوی مقدار میں ضرب دی جاویں تو حاصل ضرب بھی مساوی ہوں گے۔
- (4) اگر مساوی مقدار پر کو مساوی مقدار پر تقسیم کیا جاوے تو خارج قسمت بھی مساوی ہوں گے۔
- مندرجہ بالا چاروں بدیہی امور کا نام علوم متعارفہ ہے

$$2$$

$$(1 + 1)$$

$$(1 + 1)^2 = 1^2 + 2 + 1^2$$

بطریق الجبر - $1 + 1$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$(1 + 1)^2 = 1^2 + 2 + 1^2$$

$$(1 + 1)^2 = 1^2 + 2 + 1^2$$

64

$$30 + 9 + 25 = 3 \times 5 \times 2 + 9 + 25 = (3 + 5)^2$$

بطریق حساب $5 = 1$

$$3 = 1$$

بطریق تجربی $1 = 2^2$

$1 = 2^2$

ایک خط کھینچو۔ اُس میں سے

۱ حصہ کاٹ لو۔ پھر باقی کے

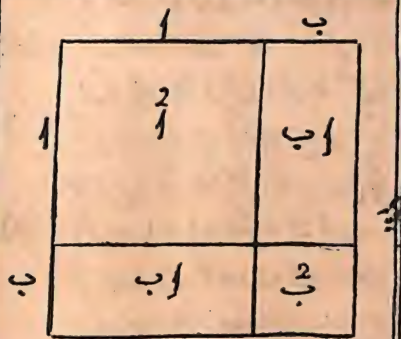
برابر اُس کی لمبائی کاٹ لو۔

گویا کہ ۱ حصہ کے برابر خط کاٹ لو پھر

مربع بنادو پھر ۱ پر مربع بنادو۔ منہلوں

کو سیدھے میں خارج کرو۔

جیسا کہ سامنے کی شکل میں ہے



اس میں $1+b$ پر مربع بنایا گیا ہے۔ جس میں 1^2 اور b^2

شامل ہیں۔ جن کا رقبہ $1+b^2 = 5$ مربع اینچ ہے۔ اور دو مستطیلیں

ہیں۔ جن میں سے ہر ایک کا رقبہ $1 \times 2 = 2$ مربع اینچ

ہے۔ پس دو نوں مستطیلوں کا رقبہ $2 \times 2 = 4$ مربع اینچ ہے۔

انچ ہوا۔ پس کل شکل کا رقبہ $1^2 + b^2 + 2 + 2 = 1 + b^2 + 4 = 5 + b^2$

$4 + 1 + b^2 = 5 + b^2$ اس سے ثابت ہوا کہ $(1+b)^2 =$

$1^2 + b^2 + 2 + 2$ ہے

مثال نمبر ۱ $4+4$ کا مربع معلوم کرو

حل $4+4 = 8 = 2^2 + 2^2 + 2 \times 2 = 4 + 4 + 4 = 12$ جواب

مثال نمبر ۲ $3+3+7$ کا مربع دریافت کرو۔

حل $(3+3+7)^2 = 3^2 + 3^2 + 7^2 + 2 \times 3 \times 3 + 2 \times 3 \times 7 + 2 \times 3 \times 7 = 9 + 9 + 49 + 36 + 42 + 42 = 187$

$9 + 9 + 49 + 36 + 42 + 42 = 187$ جواب

مثال ۳ $(1+b+c)^2$ کا مربع دریافت کرو۔

حل $(1+b+c)^2 = 1^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 1 \times b + 2 \times 1 \times c + 2 \times b \times c = 1 + b^2 + c^2 + 2b + 2c + 2bc$

اگر اس میں سے ۱ ب + ۱ (ب - ۱) + ۱ ب + ۱ ب = ۲ + ۱ × ۳ + ۱ × ۱ + ۱^۲
 نکالا جاوے۔ تو باقی (۱ - ب^۲) = ۴ رہ جاوے گا۔
 مستطیل نمبر ۱ کا رقبہ = ۱ ب = ۳ کے اور مستطیل نمبر ۲ کا رقبہ بشرطیکہ
 اس کے ضلع اب میں اگر بیرونی مربع کا ضلع ب شامل کر دیا
 جاوے تو کل ضلع ۱ - ب + ۱ ب = ۱ بن جاتا ہے۔ گویا کہ اس مستطیل
 کا رقبہ بھی ۱ ب بن جاتا ہے۔ چونکہ علوم متعارفہ کی رد سے اگر کسی چیز
 میں مساوی چیزیں جمع کر دی جاویں اور پھر مساوی چیزیں تفریق کر دی
 جاویں تو حاصل میں کچھ فرق نہیں آتا۔ پس اس کے مربع میں پتے بگا
 مربع جمع کرو۔ پھر اس میں سے نکال دو تو جواب میں کچھ فرق نہیں
 آتا۔ پس ظاہر ہے کہ (۱ - ب^۲) = ۱ + ۱ - ۲ ب کے

$$(۱ - ۳) = ۱ + ۹ - ۱ × ۳ × ۲ = ۱۰ - ۶ = ۴ جواب$$

مثال نمبر ۱ (۱ - ۵) کا مربع اٹھاؤ

$$(۱ - ۵) = ۱ + ۲۵ - ۱ × ۵ × ۲ = ۲۵ - ۱۰ = ۱۵ جواب$$

مثال نمبر ۲ (۱ - ۷) کا مربع اٹھاؤ۔

$$(۱ - ۷) = ۱ + ۴۹ - ۱ × ۷ × ۲ = ۴۹ - ۱۴ = ۳۵ جواب$$

جواب

مثال نمبر ۳ - ۱ - ب + ۱ ب کا مربع اٹھاؤ

$$(۱ - ب + ۱ ب) = ۱ + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب = ۱ + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب$$

$$۱ - ۱ ب + ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب = ۱ + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب$$

$$۱ + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب = ۱ + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب - ۱ ب + ۱ ب$$

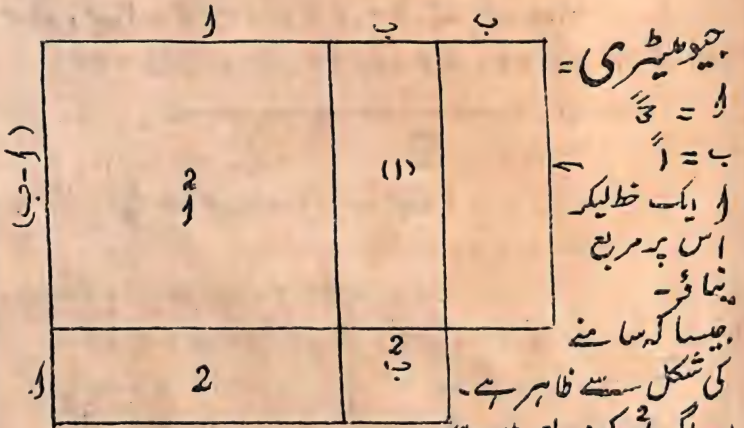
$$۱ - ۱ ب + ۱ ب$$

$$(۱ - ۱ ب + ۱ ب) = ۱ + ۱ ب - ۱ ب$$

المجرا

$$\begin{array}{r} 1 + 1 \\ 1 - 1 \\ \hline 1 + 1 \\ 1 - 1 \\ \hline 2 - 2 \\ 1 \end{array}$$

حساب $16 = 2 \times 8 = (3-5)(3+5) = (3^2 - 5^2) = 9 - 25$
 16 = 9 - 25



اب اگر 2 کے مربع میں سے
 ب² مربع کاٹ دیا جائے۔ تو باقی ماندہ شکل میں (ا-ب) اور (ا+ب)
 ب² = 2 × 2 یعنی کہ 2² = 1 × 2 + 1 × 2 = 2 + 2 + 4 = 8 رہ جاتا ہے۔
 گویا کہ باقی ماندہ شکل میں ایک مربع اور دو مستطیل ہیں جن کے نام
 1 و 2 ہیں رہ جاتی ہیں۔ اگر مربع کی مستطیل کو کاٹ کر اس
 طرح ر لکھ دیا جائے جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔ تو اس کی لمبائی ا+ب
 کے برابر ہو جاتی ہے۔ اور چوڑائی ا-ب کے برابر رہے باقی ماندہ

شکل کار قبہ (ا + ب) (ا - ب) کے یعنی کہ (۱ + ۳) (۱ - ۳) = (۴) (۲) = ۸ رہ جاتا ہے۔ چونکہ ا میں سے ج کا مربع کاٹ لیا گیا ہے۔ اور باقی ماندہ شکل کار قبہ (ا + ب) (ا - ب) = ۹ گئے ہے۔ اس لئے کہہ سکتے ہیں کہ (ا - ب) = (ا + ب) (ا - ب) = (۱ + ۳) (۱ - ۳) = (۴) (۲) = ۸ کے ہے۔

مثال نمبر ۱۔ ۱ + ۳ کو ۷ - ۳ ب میں ضرب دو
(۷ + ۳) (۷ - ۳) = (۱۰) (۴) = ۴۰ - ۹ ب جواب

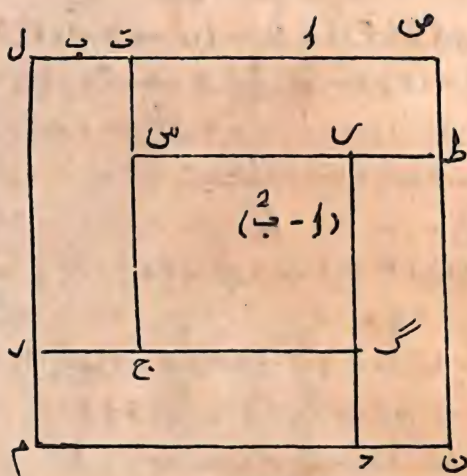
مثال نمبر ۲۔ ۳ + ۵ کو ۳ - ۵ ب میں ضرب دو
(۳ + ۵) (۳ - ۵) = (۸) (۲) = ۱۶ - ۲۵ ب جواب

$$\begin{matrix} 2 & 2 \\ (ا + ب) - (ا - ب) \end{matrix}$$

$$(۴) (ا + ب) - (ا - ب) = ۴ = ۴$$

$\left. \begin{aligned} ۳ + ۵ &= ۸ \\ (۳ \times ۳) \times ۴ &= ۳۶ \\ ۳ \times ۴ &= ۱۲ \end{aligned} \right\}$	$\begin{aligned} &۲ + ۲ = ۴ \\ &۲ - ۲ = ۰ \\ &۲ + ۲ = ۴ \end{aligned}$
---	--

(جیومیٹری) ۱ = ج = (ا + ب) کے برابر ایک
خط بناؤ۔ اس پر ایک مربع بناؤ۔ پھر ا کے چاروں ضلعوں میں
سے ب کے برابر قطع کرو۔ جیسا کہ شکل میں تیر
ل م میں ر پر اور م ن میں د پر اور ن م میں ط پر قطع ہیں



اس سے = (ا) - ج = 3 - 1 = 2
 پس یہ اندرونی مربع کا ضلع ہے۔ اگر کل شکل میں سے اس
 مربع کو نکال دیا جائے۔ تو باقی ماندہ ہر ایک مستطیل کا رقبہ
 4 = ج × ح = 4 × 1 = 4 جیسا کہ مستطیل ۱ میں ص ق = 4 کے
 ص ط = ج کے ہے۔ اس لئے رقبہ = 4 ج ہوا۔ چاروں
 مستطیلوں کا رقبہ = 4 × 4 ج ہوا۔ پس اس سے ثابت ہوا کہ
 (4 + ج) کے مربع میں (4 - ج) کا مربع نکال دیا جاوے۔ تو
 باقی ماندہ شکل کا رقبہ 4 ج رہ جاتا ہے۔

مثال نمبر ۱- $(5 + 2) - (5 - 2)$ کو مفرد کرو۔

$$\begin{aligned} & \binom{2}{2} 2^2 = \binom{2}{1} 2^1 + \binom{2}{0} 2^0 = 2 + 1 = 3 \\ & \binom{3}{3} 3^3 = \binom{3}{2} 3^2 + \binom{3}{1} 3^1 + \binom{3}{0} 3^0 = 3 + 3 + 1 = 7 \end{aligned}$$

جواب.

مثال نمبر ۲۔ (۱۱ + ی^۲) - (۱۱ - ی^۲) کو حل کیجیو۔

$$\begin{aligned}
 (2 + \frac{2}{2} - \frac{2}{2}) - (2 + \frac{2}{2} + \frac{2}{2}) &= (2 - 0) - (2 + 2) \\
 &= 2 + 2 + 2 = 2 + 2 - 2 - 2 + 2 + 2 = 4
 \end{aligned}$$

۴ لا ی جواب

$$2 \quad 2$$

$$(2 + 1) + (2 - 1)$$

(۵)

$$\begin{aligned}
 2 + 2 &= (2 + 1) + (2 - 1) \\
 2 + 2 &= (2 + 1) + (2 - 1) \\
 2 + 2 &= (2 + 1) + (2 - 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 + 100 &= (4 + 10) = (2 + 1) \quad \{ 10 = 1 \} \\
 16 + 100 &= (4 - 10) = (2 - 1) \quad \{ 4 = 1 \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 + 2 &= 4 \\
 2 + 2 &= 4 \\
 2 + 2 &= 4 \\
 2 + 2 &= 4
 \end{aligned}$$

ن	ا	ب	ج	د
۱	۲	۳	۴	۵
۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

جیو میسری = $ا = ق^2 ج = ا^2 لو$ - $ا + ب$ پر مربع بناؤ۔
 $ا - ج = ق^2$ ہے۔ پھر ایک مربع $ق^2$ ضلع کا بناؤ۔
 اور اس کو $ا$ با خط کی سیدھ میں رکھ کر منطبق کر دو۔ مستطیل
 کا کو کاٹ لو۔ اس کو $ا - ج$ کے مربع کے ساتھ منطبق کر دو۔
 اس کا دو اونچے ضلع تو $ا - ج$ کے مربع کے ضلع پر منطبق ہو جائے
 گا اور $ا$ ضلع بڑھ جائیگا۔ گویا کہ ایک ایسی شکل باہر رہ جائے
 گی۔ جس کا ہر ایک ضلع $ا$ ہوگا۔ پس یہ $ج^2$ ہے۔

$$ق م = ق^2 \quad م ب = ا^2 \quad پس ن م + م ب = ق^2 = ا^2$$

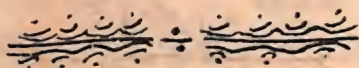
$$ن ص = ق^2 \quad ا ن = ص + د = ق^2 = ا^2$$

ل میں تک مربع $ا$ کا مربع ہے اور $ن ل$ کے مربع بھی $ا$
 کے مربع کے برابر ہے۔ اس لئے

ن میں فن د شکل کا رقبہ = $ا^2$ کے اور ج کی سطح مربع کا
 رقبہ سادہ می ہے۔ $ج$ کے مربع کے اور $د ق$ میں مربع
 کا رقبہ بھی = $ج^2$ کے۔ پس دونوں مربعوں کا رقبہ = $ج^2$ کے کل
 شکل کا رقبہ = $ا^2 + ج^2$ کے

اب اس میں $(ا + ج)$ - $(ا - ج)$ شامل ہیں۔ جن کے بقعہ =
 $ا^2 + ج^2$ کے

$$پس د ا + ج ا = (ا - ج) = ا^2 + ج^2 کے ہوا۔$$



کلیات

مثال نمبر ۱ - $(2 + 11^2) + (2 - 11^2)$ کو حل کرو

$$(2 + 11^2) + (2 - 11^2) = (2 + 11^2 + 2 - 11^2)$$

$$= 2 + 11^2 + 2 - 11^2 = 4$$

جواب

مثال نمبر ۲ - $(3 + 6^2) + (3 - 6^2)$ کی قیمت معلوم کرو۔

$$= (3 + 6^2) + (3 - 6^2)$$

$$= (3 + 6^2 + 3 - 6^2)$$

$$= 3 + 6^2 + 3 - 6^2 = 6$$

$$18 + 72 = 90$$

جواب

کلیات نمبر ۳ کا استعمال جمع زبانی حساب میں

عام طور پر ہوتا ہے

کلیات نمبر ۳ کا استعمال = 105 کا مربع اٹھاؤ = $(5 + 100)$ ۔

$$1025 = 1000 + 25 + 10000$$

$$164 \text{ کا مربع اٹھاؤ } = (4 + 160) = 2560 + 16 + 1280$$

$$26896$$

نوٹ :- جس عدد کا مربع اٹھانا ہو۔ اُس کے ایسے دو ٹکڑے

بنادو کہ دونوں کا مجموعہ مطلوبہ عدد کے برابر ہو۔ پھر

کلیہ ۱ کے استعمال سے مربع اٹھاؤ۔

کلید نمبر ۲ کا استعمال = ۹۹ کا مربع اٹھاؤ = $(100-1)^2$

جواب $10000 - 1 + 200 = 9801$

898 کا مربع اٹھاؤ = $(900-2)^2 = 810000 - 4 + 3600 = 810640$

جواب 806404

نوٹ۔ جس عدد کا مربع اٹھانا ہو۔ اس کے ایسے دو ٹکڑے بناؤ۔ کہ دونوں کا فرق عدد مطلوبہ کے برابر ہو۔ پھر کلیہ ۲ کے استعمال سے مربع اٹھاؤ۔

کلید نمبر ۳ کا استعمال (ا) $(166 \times 166) - (134 \times 134)$ کو حل کرو۔

$(166)^2 - (134)^2 = (166 + 134)(166 - 134)$

جواب $32 \times 300 = 9600$

(ب)
$$= \frac{(166)^2 - (134)^2}{(166 - 134)} = \frac{166 \times 166 - 134 \times 134}{166 - 134}$$

$300 = 166 + 134 = \frac{(166 + 134)(166 - 134)}{(166 - 134)}$

جواب

ج
$$\frac{(166)^2 - (134)^2}{166 + 134} = \frac{166 \times 166 - 134 \times 134}{166 + 134}$$

$32 = 166 - 134 = \frac{(166 - 134)(166 + 134)}{166 + 134}$

جواب

نوٹ (ا) جن دو عددوں کے مربعوں کا فرق معلوم کرنا ہو۔

پہلے اُن کا مجموعہ لو۔ پھر اُن کا فرق لو۔ پھر اس مجموعہ اور

فرق کو باہم ضرب دے لو

(ج) جن دو عددوں کے مربعوں کے فرق کو اُن عددوں کے
فرق پر تقسیم کرنا ہو۔ تو جواب دو نو عددوں کا مجموعہ ہو
گا۔

ج جن دو عددوں کے مربعوں کے فرق کو اُن عددوں
کے مجموعہ پر تقسیم کرنا ہو۔ تو جواب دو نو عددوں کا فرق
ہو گا۔

نوٹ ۲ = پس یہی تین کلیات زبانِ حساب میں مستعمل
ہوتے ہیں۔ اور ہوتے تو اور بھی ہیں۔ لیکن اعلیٰ کلاسوں
میں۔ مثلاً کعب وغیرہ

مشقیہ حساب

(۱) نوے کروڑ۔ تہتر لاکھ چوراسی ہزار تین سو سولہ کو منہدسوں
میں لکھو۔

(۲) ۳۸۳۷۷۱۳۰۰۶۰۹۰۲۱۱۷۰۹۰۵۱۰۹۰۵۲۶ کو جمع کرو

۳۔ ۶۲۷۷۰۹۹ سے ۵۴۸۵۰۹۹ تفریق کرو

۴۔ ۵۷۴۴۳۷۰ کو ۳۸۹۶۲ میں ضرب دو۔

۵۔ ۶۵۳۲۶۹۶۳۷۷ کو ۱۸۹ پر تقسیم کرو۔

۲

- ۱- ۲۱۶۸۶۰ روپے ۱۴۱۹ پائی کے ایک ایک پیسے والے کارڈ
کتے آئیں گے۔
- ۲- ۶۴۰۳۷۸۶۵ پائیوں کے پونڈ بناؤ
- ۳- ۷ پائی ۱۱ آنے - ۸۶۴۴ روپے ۵۱ پائی - ۱۳ آنے ۶۹۱ روپے
- ۱۵ - ۷ - ۱۹۴۶ = ۲ - ۱۱ - ۵۰۳ =
کو جمع کرو۔
- ۴- پائی - آنے - روپے
۷ - ۱۱ - ۸۶۹۳ میں سے ۱۵ - ۱۳ - ۱۹۸ تفریق کرو
- ۵- پائی - آنے - روپے
- ۷ - ۱۲ - ۱۹۲۰ کو ۱۴۶ میں ضرب دو۔
- ۶- ۱۱ - ۸۶۳۴۵۶ کو ۱۲۳ پر تقسیم کرو۔

۳

- ۱- ۱۶، ۲۴، ۲۰، ۳۶، ۱۳، ۲۱، ۴۶ کا ذواضعات اقل
نکالو۔
- (۲) ۲۸، ۳۲، ۱۱، ۲ کا عاود اعظم نکالو
- ۳ = $\frac{5}{21}$ ، $\frac{10}{24}$ ، $\frac{9}{28}$ ، $\frac{12}{30}$ =
- ۴- $\frac{5}{21}$ ، $\frac{10}{24}$ ، $\frac{9}{28}$ ، $\frac{12}{30}$ کا ذواضعات اقل نکالو۔
- ۵ $\frac{281}{495}$ کا اختصار کرو

۱- $\frac{3}{28} + \frac{5}{22} + \frac{7}{16}$ کو ہم مخزن کرد

۲- $\frac{3}{28} + \frac{7}{32} + \frac{8}{30} + \frac{11}{27} + \frac{5}{22} + \frac{5}{24} + \frac{3}{7}$ کو جمع کرد۔

۳- $\frac{6}{88} - \frac{8}{33} - \frac{4}{11}$ کو تفریق کرد۔

۴- $\frac{7}{26} \times \frac{11}{66} \times \frac{9}{25} \times \frac{5}{18} \times \frac{3}{12}$ کو مفرد کرد۔

۵- $\frac{6}{16} \div \frac{6}{25} \div \frac{4}{11} \div \frac{3}{22}$ کو مفرد کرد۔

۵

۱- $\frac{7}{26} \div \frac{2}{9}$ کا $\frac{5}{34} \div \frac{3}{17} \times \frac{2}{21} - \frac{5}{16} - \frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ کو مفرد کرد

۲- $\left[\left\{ \left(\frac{2}{21} \times \frac{3}{9} \div \frac{5}{24} \right) - \frac{5}{11} \right\} \times \frac{3}{7} - \frac{1}{20} \right] \frac{7}{24}$ کو مفرد کرد۔

۳- $\frac{1}{8} + 4\frac{1}{4}$ کا $\left(\frac{19\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}{1\frac{1}{2} - 6\frac{3}{4}} \right)$ کو مفرد کرد

۴- ۱۴ روپے ۱۷ پائی کو ۲۱ روپے ۵۸ پائی کی کسر میں لاؤ۔

۵- ۷۶۵۹۶ کو کسور عام میں تبدیل کرد۔

۶- $\frac{3}{15}$ کو کسور اعشاریہ میں لاؤ

۶

۱- ۱۹۳۶۰۵۴۲۲۲، ۴۶۰۳۷، ۱۳۲۰۴۲۰۱، ۵۵۰۳۷۵۰۲ کو جمع کرد۔

۲- ۳۵۶۰۳۷۵۰۱ میں سے ۲۱۹۰۴۵۹۹۹ تفریق کرد۔

- ۳۔ ۲۳ ۰ ۳۷ ۰ ۶۶ کو ۸۰۹۳۹ میں ضرب دو
 ۴۔ ۱۶ ۳۷ ۵۶ ۳۷ ۵۶ ۸۶۸۶ کو ۴۶۴۰۲۳۶ پر تقسیم کرو۔ سال
 ۵۔ ۵۸۲ روپے کا سود ۴ روپے سنکڑہ سالانہ شرح سے ۴
 ۶ ماہ کا معلوم کرو۔

۷

- ۱۔ ایک کمرہ ۲۶ فٹ لمبا ۱۴ فٹ چوڑا اور ۱۲ فٹ اونچا ہے۔ اس
 کی دیواروں اور چھت پر سفیدی کرانے کا خرچ ار فی مربع
 فٹ کے حساب کیا آئے گا۔
 ۲۔ ایک کھیت ۱۵۰ اکرم لمبا ۱۳۰ اکرم چوڑا ہے۔ اس میں اگر
 گنا بویا ہوا ہو۔ تو ۵۰ روپے فی کنال کے حساب سے گنے
 کی قیمت معلوم کرو۔
 ۳۔ ۸۶۷ چیزوں کی قیمت بحساب ۱۳ روپے ۸۱۴ پائی فی چیز
 قاعدہ تجارت سے معلوم کرو۔
 ۴۔ ۲۰۷ من ۲۶ سیر ۸ چھانک کی قیمت بحساب ۴ روپے
 ۸ رجبائی فی من تجارت کے قاعدے سے معلوم کرو۔
 ۵۔ ۱۸ بیلوں کی قیمت ۱۰۵۶ روپے ۱۰ روپے ۱۶ پائی ہے۔ تو ۱۰
 بیلوں کی قیمت معلوم کرو۔
 ۶۔ ۱۶ آدمی ۸ گھنٹے روز کام کر کے ۲۱۰ گز لمبی اور ۲ گز چوڑی
 خندق ۱۲۰ دن میں بناتے ہیں۔ تو بتاؤ کہ ۲۴ آدمی
 ۶ گھنٹے روز کام کر کے ۱۸۰ گز لمبی ۱/۲ گز چوڑی خندق
 کتنے دن میں بنائیں گے۔

۸

۵۴۰۱ روپے کا سود ۳ سال کے لئے ۵ فیصدی فی سال کی

شرح سے معلوم کرو۔

- ۲۔ ۹۴۵ روپے کا ۲ سال کے لئے ۹ فی صدی فی سال کی شرح سے کل زر معلوم کرو۔
- ۳۔ کسی رقم کا سود ۵ فی صدی فی سال کی شرح سے ۳ سال کا ۱۶۵ روپے ہے۔ اصل زر معلوم کرو۔
- ۴۔ ۶۵۰ روپے کا ۱ سال کا سود کسی خاص شرح سے ۴۲۰ روپے ہے۔ شرح معلوم کرو۔
- ۵۔ ۹۰۳ روپے کا کل زر ۵ شرح سے ۵۸۵ روپے ہے۔ مدت معلوم کرو۔

۹

- ۱۔ اگر سوموار منگلوار بدھوار کا اوسط درجہ حرارت ۸۶.۲ ہو اور منگلوار بدھوار ویروار کا اوسط درجہ حرارت ۸۱.۹ ہو۔ اگر ویروار کا درجہ حرارت ۸۸.۳ ہو تو سوموار کا درجہ حرارت معلوم کرو۔
- ۲۔ اگر سیپوں کا بھاؤ کل کی نسبت ۴۰ فیصدی گر جائے۔ تو مجھے ۲ روپے میں آج ۸۸ سیب زیادہ ملتے ہیں۔ بتاؤ آج سیبوں کا بھاؤ فی روپیہ کیا ہے۔
- ۳۔ ایک شخص نے ۶۵ روپے کا مال خریدا۔ اگر اس پر ۴ فیصدی کمیشن دینا پڑے اور ۵ فیصدی محصول خرچ ہوا ہو۔ تو بتاؤ اس پر کل کتنا روپیہ خرچ ہوا۔
- ۴۔ ایک شخص کی سالانہ آمدنی ۶۲ روپے ہے۔ وہ ۶ پائی فی روپیہ انکم ٹیکس ادا کرتا ہے۔ بتاؤ اس کی سالانہ مالیں آمدنی کیا ہے۔

- ۵۔ مندرجہ ذیل اشیاء کا بل بچک بناؤ۔
 ۶ درجن گیند درکار پائی فی درجن۔
 ۱۵ بندل سیاہی در عہ روپیہ ۲ فی بندل۔
 چاقو ۱۸ درجن در ہر فی درجن۔
 ۴۶ عدد اردو کورس در ۸ پائی فی عدد۔
 قاعدہ حقہ دوم ۴۰ عدد در ار حر پائی فی عدد۔

۱۔ ۳۰۰ آدمیوں کے پاس ۱۵ ہفتے کی خوراک موجود ہے۔ بتاؤ کتنے آدمی شہر چھوڑ جائیں۔ تاکہ وہی خوراک ۲۱ ہفتے تک کافی ہو سکے۔

۲۔ ایک بزاز نے ۲۰ گرتے کپڑا۔ بحساب ۵ روپے پائی فی گرتے خریدے۔ اس کا $\frac{1}{2}$ حصہ ۱۰ فیصد سی نفع پر اور باقی $12\frac{1}{2}$ فیصد سی نقصان پر بٹاؤ اسے کل قیمت پر کیا فیصد سی نفع یا نقصان ہوا۔

۳۔ ۱ ایک کام کو ۱۲ دن میں۔ ۲ ۱۶ دن میں ۳ ۲۰ دن میں کر سکتے ہیں۔ ۱ دو دن کے بعد چلا گیا۔ اور ۲ کام ختم ہونے سے دو دن پہلے چلا گیا۔ بتاؤ کل کام کتنے دن میں ختم ہوا۔

۴۔ ایک خالی حوض کو ایک نل ۸ گھنٹے میں دوسرا ۱۲ گھنٹے میں پھرتے ہیں۔ مگر تیسرا ۵ گھنٹے میں خالی کرتا ہے۔ اگر تینوں نل بالترتیب ۱، ۲، ۳ بجے کھولے جائیں تو تالاب کتنے بجے خالی ہو جائے گا۔

۵۔ کرۂ زمین کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے۔ تو بتاؤ کرۂ

ہر ایک نقطہ کتنے میل فی گھنٹہ رفتار سے گھومتا ہے۔

۱۱

- ۱۔ ایک گاڑی ۲۴۰ فٹ لمبی امرت سر سے لاہور کو دوسری ۱۸۵ فٹ لمبی لاہور سے امرت سر کو ۲۰۰ فٹ ۲۴۰ میل کی رفتار سے روانہ ہوئیں۔ بتاؤ ایک دوسری کے گزرنے میں کتنا وقت لگے گا۔
- ۲۔ ایک گاڑی جو کہ ۲۰ فٹ لمبی ہے اور ایک شخص کو جو کہ سڑک کے متوازی اس سمت میں ۲۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے۔ ۱/۲ حصہ سبکد میں گزر جاتی ہے۔ گاڑی کی رفتار معلوم کرو۔
- ۳۔ ایک کشتی بہاؤ کے ساتھ ۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتی ہے۔ اور اس کو بہاؤ کے برخلاف واپس آنے میں دو چند وقت لگتا ہے۔ پانی کی رفتار معلوم کرو۔
- ۴۔ ایک دیوالیہ کا بقیے روپے کا دیوالیہ نکلا۔ اتنا ہی روپیہ لیتا اس کی بھی میا لکھا ہوا ہے۔ لیکن ایک رقم ۵۵ روپے کی ایسی ہے۔ کہ اس میں ۴۰ روپے پائی فی روپیہ وصول ہوگا۔ اور بھی میں جتنا روپیہ لکھا ہے۔ اس کے وصول کرنے کا بچے ۵ روپے سنگڑہ ہے۔ اب وہ دیوالیہ خریدنی روپیہ ادا کرتا ہے۔ بتاؤ کتنے روپے کا دیوالہ نکلا ہے۔
- ۵۔ عمر بگرنے کچھ روپیہ کام میں لگایا۔ جتنا روپیہ عمر نے دیا۔ اس کا چھ بگرنے ۷ ماہ بعد ملے۔ روپیہ کا اور عمر نے ۱۰ ماہ بعد ۱/۲ حصہ اپنے روپے کا نکال لیا۔ سال کے آخر پر

۱۳۳۰ روپے نفع ہوا۔ بتاؤ ہر ایک کو کیلے گا۔

۱۲

۱۔ ایک قسم کی کھانڈ ۱۱ روپے ۸ من ہے۔ دوسری قسم کی ۱۸ روپے ۸ من ہے۔ بتاؤ دو کا ڈار دو نو قسم کی کھانڈ کو کس نسبت سے ملائے کہ آمیزش کی قیمت ۱۱ روپے فی من ہو جائے۔

۲۔ ایک کوئیں کا اندرونی محیط ۵۵ فٹ ہے اور اس کے پانی کی گہرائی ۲۸ فٹ ہے۔ بتاؤ اگر پانی کا وزن ۵۵ سیر فی کعب فٹ ہو تو کوئیں میں کل کتنے من پانی ہے۔

۳۔ ۸۶۰ روپے کا سود در سود ۱۱ روپے سینکڑہ ششماہی شرح سے $\frac{1}{2}$ سال کا معلوم کرو۔

۴۔ ۴۲۴۵۳۷ کا جذر ہر دو طریقوں سے معلوم کرو۔

۵۔ $\frac{\frac{1}{1} + 4}{\frac{1}{1} + 4} + 4$ کو مفرد کرو۔

(۱۳۳)

$$(1) \quad \left\{ \frac{41}{66} - \frac{3}{5\frac{1}{2}} + \frac{5\frac{1}{2}}{3} \right\} \times \frac{\frac{11}{16}}{1\frac{3}{8}} - \frac{\frac{3}{20} \text{ کا } \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \div \frac{5}{8} \text{ کو حل کرو}}{\left\{ \frac{41}{66} + \frac{3}{5\frac{1}{2}} \right\} \div \left\{ \frac{5\frac{1}{2}}{3} + \frac{\frac{11}{16}}{1\frac{3}{8}} \right\}}$$

۲۔ دو عددوں کا عا د منظم ۵ اور ذوا منعا ن اقل ۱۱۰۴۰

دو نو عدد معلوم کرو۔

(3) 5 دہائی کے درمیان گھڑی کی سوئیاں اگر اکب منطبق ہوں گی۔ دجا اکب زاویہ قائمہ بنائیں گی۔ ج۔ اکب سیدھ میں ہوں گی۔

(4) ایک شخص نے کسی سے بعد از دو پہر وقت پوچھا کہ کیا بجائے اس نے کہا کہ 12 بجے سے لے کر متنا وقت گزر چکا ہے۔ وہ اب سے لے کر 12 بجے رات تک کا ہے۔ اصل وقت کیا ہے۔

5۔ ایک قلعہ میں 4 کوٹھڑیاں ہیں۔ ان کوٹھڑیوں میں کچھ کچھ سپاہی ہیں۔ اس قلعہ پر ایک دشمن نے حملہ کیا۔ جب اس نے پہلی کوٹھڑی پر حملہ کیا۔ تو باقی تین کوٹھڑیوں نے اتنے اتنے آدمی بھیجے۔ جتنے پہلی میں تھے۔ پھر دشمن نے دوسری کوٹھڑی پر حملہ کیا۔ باقی تین کوٹھڑیوں نے اتنے اتنے آدمی بھیجے جتنے دوسری میں تھے۔ پھر دشمن نے تیسری پر حملہ کیا تو۔ اسی طرح سے باقی کوٹھڑیوں نے اتنے آدمی بھیجے جتنے تیسری میں تھے۔ پھر دشمن نے چوتھی پر حملہ کیا تو باقی کوٹھڑیوں نے اتنے آدمی بھیجے جتنے چوتھی میں تھے۔ چاروں کوٹھڑیوں پر حملہ کر کے قلعہ بعد جب کوٹھڑیوں کے آدمیوں کی تعداد کو گنا گیا۔ تو سب کوٹھڑیوں میں برابر آدمی تھے۔ معلوم کرو کہ حملہ ہونے سے پہلے ہر ایک کوٹھڑی میں کتنے کتنے آدمی تھے۔

۱۴

۱۔ ایک امتحان میں ایک درجہ کے 1/2 لڑکوں نے کل نمبروں کا

۸ حصہ اور $\frac{1}{10}$ نے $\frac{1}{2}$ حصہ اور $\frac{1}{5}$ نے $\frac{1}{2}$ حصہ اور $\frac{1}{10}$ نے $\frac{1}{2}$ حصہ
باقی نے $\frac{1}{8}$ حصہ نمبر حاصل کئے نمبروں کی اوسط حاصل کردہ
۱۶۶ ہے۔ توکل نمبر بتاؤ۔

۲۔ اگر چار لوں کا نسخہ ۱۲ سیر فی روپیہ ہو۔ تو ایک خاندان کا
۵ روپے ماہوار خرچ ہوتا ہے۔ اگر چار لوں کا نسخہ ۱۴
سیر فی روپیہ ہو جائے۔ تو خاندان کا خرچ ۸ روپے
ہو جاتا ہے۔ دیگر اخراجات میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی
جب چار لوں کا نسخہ ۱۴ سیر فی روپیہ ہو جائے۔ تو خاندان
کا خرچ بتاؤ۔

۳۔ ایک کپڑا ۱۵ فٹ اونچے بانس پر چڑھتا ہے۔ وہ دن کے
وقت ۵ فٹ چڑھتا ہے۔ اور رات کو ۱۵ فٹ نیچے اتر آتا
ہے۔ بتاؤ وہ بانس کی چوٹی پر کتنے دنوں میں چڑھ جائے
گا۔

۴۔ ایک زمیندار ۵۵۰ روپے اور کچھ من شکر محصول میں
دیتا ہے۔ اگر شکر کا بھاؤ ۲۵ روپے من سے ۱۹ روپے
من ہو جائے۔ توکل محصول میں ۱۵ فیصدی کمی ہو جاتی
ہے۔ تو بتاؤ۔ شکر کتنے من دیتا ہے۔

۵۔ تین مسافروں نے ملکر کھانا کھایا۔ پہلے کے پاس تین روٹیاں
دوسرے کے پاس ۵ روٹیاں اور تیسرے نے جو کھانے
میں شریک ہوا ۷ روٹیاں چلتا ہوا۔ بتاؤ۔ وہ اس نقدی
کو کس طرح بانٹیں۔

۱۵

۱۔ ۲ مسافر ایک ہی جگہ کو جاتے ہیں۔ ان کے پاس ۵ من بوجھ

لگنا وقت لگتا ہے۔ اور چاندن کو آتما اور بلرام سے وگڑ لگتا ہے۔ اگر وہ تینوں ملکر اس کام کھر ۱۵ دن میں کر سکیں تو بتاؤ ہر ایک کو علیحدہ علیحدہ کتنا وقت لگے گا۔

۲۔ ۱۵۰۰ روپے کا سودور سودی روپے سینکڑہ ششما شرح سے ۲ سال کا معلوم کرو۔

۳۔ ایک شخص نے ۵۰ میل کا سفر ۱۲ گھنٹہ میں کچھ نوڈز ریل اور کچھ گاڑی کے ذریعے طے کیا۔ اگر وہ کل مسافر بذر لیجہ ریل طے کرتا تو منزل مقصود پر آدھ گھنٹہ پہنچتا۔ اور جتنا عرصہ وہ گاڑی میں رہا۔ اس کا $\frac{2}{3}$ حصہ قدرتی جاتا۔ بتاؤ اس نے گاڑی میں کتنی مسافت طے کی۔

۴۔ ایک دن میں ایک گھڑی ۵ منٹ تیز اور دوسری ۵ منٹ سست ہو جاتی ہے۔ دونوں ۱۲ بجے دوپہر کو ملائی گئیں۔ دوسرے دن تیز گھڑی میں شام کے ۵ بجے ملتے تو اصل وقت اور سست گھڑی کا وقت بتاؤ۔

۵۔ ایک پونڈ چاء اور ۳ پونڈ کھانڈ کی قیمت ۳ روپے ہے۔ اگر قند کا نرخ ۵ فیصدی اور چائے کا نرخ ۱۵ فیصدی بڑھ جائے۔ تو قیمت ۳ روپے ۸ ہو جاتی ہے۔ چاء اور قند کی قیمت فی پونڈ بتاؤ۔

۱۷

۱۔ ایک شخص نے دو گھوڑے خرید کر ہر ایک کو ۵۵ روپے کو بیچا۔ اگر ایک گھوڑے کے بیچنے سے اسے اس گھوڑے کی قیمت خرید کر ۲۰ فیصدی بفع اور دوسرے گھوڑے کی قیمت خرید پر ۲۰ نقصان ہو۔ تو

کل لاگت پر اسے کیا فیصد نفع یا نقصان ہوا۔
 ۲۔ ایک مربع کھیت کے گرد ایک سڑک ۲ گز چوڑی بنی ہوئی ہے۔ مربع کا رقبہ منہ سڑک کے $2\frac{1}{2}$ ایکڑ ہے۔
 سڑک پر کنڈر بچھانے کا خرچہ ان ۲ پائی فی مربع گز در یافت کرو۔
 ۳۔ اگر ۲۲ ہیل ۳۱ ایکڑ گھاس ۲۴ دن میں کھالیں۔ اور ۲۷ ہیل ایسی ہی ۲۸ ایکڑ گھاس ۸۴ دن میں۔ تو یہ فرض کر کے کہ گھاس یکساں آگتی ہے۔ اور ہر ایکٹ میں اس کی یکساں مقدار ہے۔ تو بتاؤ کتنے ہیل ۵۰ ایکڑ گھاس ۲۴ دن میں ختم کریں گے۔

۴۔ ایک شخص نے ایک کارندہ لگان وصول کرنے پر مقرر کیا۔ اس کارندے نے ایسی ترانہ کا استعمال کیا۔ جس کے ایک پلڑے میں ۴ سیر چیز دوسرے پلڑے میں ۵ سیر ملتی ہے۔ ایک وصولی میں اس نے مالک اور مزارعہ کو دھوکا دے کر اس نے ایک من ۵ سیر کا فائدہ اٹھایا تو بتاؤ اصل لگان اس وصولی میں کیا تھا۔

۵۔ ایک شخص نے ایک گھوڑا اور ایک اونٹ ۵۵ روپے کو خریدے۔ اگر گھوڑے کو ۵ فیصدی فائدہ اور اونٹ کو ۱۰ فیصدی نقصان پر بیجا جاوے۔ تو اسے کل پر ۳۶ فیصدی نفع ہوتا ہے۔ گھوڑے اور اونٹ کی جداگانہ قیمت معلوم کرو۔

۱۸

۱۔ تین مساوی گلاسوں میں ۷ : ۸ : ۹ : ۹ : ۱۰ سے شراب اور پانی ملا ہوا ہے۔ اگر تینوں گلاسوں کو ایک برتن میں الٹ

دیا جاوے۔ تو اس برتن میں پانی اور شراب کی نسبت کیا ہوگی۔

۲۔ ایک آدمی نے کچھ کھانڈ خریدی۔ جس کا ساتواں حصہ خراب

ہو گیا۔ باقی کو ۹ روپے ۱۲ فی من فروخت کرنے سے کل لاگت پر ۱۵ روپے نقصان ہوا۔ اگر ۱۰ روپے فی من فروخت کرتا تو اس کو ایک روپے فائدہ ہوتا۔ بتاؤ اس آدمی نے کتنے من کھانڈ خریدی اور فروخت کی۔

۳۔ ۲۴۵ روپے ۶ مردوں اور ۲۰ عورتوں اور ۱۰ لڑکوں میں اس طرح تقسیم کرو کہ ایک مرد اور ایک لڑکے کو دو عورتوں کے برابر ملے۔ اور عورتوں کو کل ۱۰۰ روپے ملیں۔

۴۔ ایک شخص ۵ ماہ تک ۵۰ روپے ماہوار خرچ کرتا رہا اس عرصے میں قرضدار ہو جانے کی وجہ سے اس نے

اپنا خرچ ۵۰ روپے ماہوار کر دیا۔ ۲ ماہ کے بعد اس کا تمام قرضہ بے باق ہو گیا۔ اس کی ماہواری آئندہ بتاؤ۔

۵۔ ایک شہتیرہ فٹ لمبا اور ایک فٹ چوڑا ہے۔ اور ۵

ایچ موٹا ہے۔ بتاؤ ایک ایچ موٹے اور ۶ ایچ چوڑے تختے چھانے کا خرچ کیا ہوگا۔ جبکہ خرچ فی ۶ مربع فٹ ۵ روپے ہو۔

۱۹

۱۔ ا ب ج د نے شراکت کی ا ب کا سرمایہ ج د کے سرمائے

کے برابر ہے۔ ب کا سرمایہ ج سے دو چندان ہے۔ اور د کا

ب ج کے برابر ہے۔ اگر کل ۴۵۰ روپے منافع ہو۔ تو

تو ہر ایک کو کیا ملے گا۔

۲۔ ایک شخص نے دو گھوڑے مساوی قیمت کے خریدے
 اگر ایک کو 25 فیصد سی نفع پر اور دوسرے کو ۵۳ روپے
 نقصان پر بیچے۔ تو دوسرے کی قیمت پہلے کا نصف رہ
 جاتی ہے۔ گھوڑے کی قیمت خرید بتاؤ۔

۳۔ ایک آدمی ۱۴۵ گھنٹے روز کام کے ۵۵ نہیں ۱۳۲ گز لمبی فٹ چوڑی ۲ فٹ گہری خندق کھودیں
 و گھنٹے روز کام کر کے 56 آدمی کتنے دن میں ۱۹ گز لمبی 8 فٹ چوڑی اور 3 فٹ گہری خندق کھودیں

۴۔ ایک گھڑی ۲۷۷ سینڈ تیز ہو جاتی ہے ۳ بجے درست کی
 گئی۔ اسی شام کو 8 بجے کے درمیان جب سوئیاں عین
 ایک خط میں ہوں گی۔ تو اصلی وقت کیا ہوگا۔

۵۔ ایک پولیس کا سپاہی ایک چور کے پیچھے 8 بجے صبح کے
 روانہ ہوا۔ اور چور پون گھنٹہ پہلے چلا تھا۔ اگر سپاہی کی
 رفتار ۱/۲ میل اور چور کی رفتار ۱/۳ میل فی گھنٹہ ہو
 تو چور کب پکڑا جاوے گا۔

۲۰

۱۔ 45 آدمی ایک کام کو 5 دن میں کر سکتے ہیں۔ لیکن ہر
 دس دن کے بعد 9 آدمی ان میں سے نکل جاتے ہیں۔ بتاؤ۔
 کام کتنے دن میں ختم ہوگا۔

۲۔ سوہن و موہن ایک گول سڑک کے گرد جس کا محیط
 ۱۰ میل ہے۔ ایک ہی وقت میں 5 میل اور 2 میل فی گھنٹہ
 کی رفتار سے ایک ہی سمت میں بھاگتے ہیں۔ بتاؤ وہ
 کب اکٹھے ہوں گے۔

۳۔ $689 \times 689 - 689 \times 311$ کو زبانی حل کرو۔

689 - 11 سی

$$۴ - ۱ + \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3 \times 2} + \frac{1}{5 \times 4 \times 3 \times 2} + \frac{1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}$$

کو ۶ مرتبہ اعشاریہ تک جمع کرو۔

- ۵۔ میرے پاس ۱۶/۲ روپے ہیں۔ ان میں سے کچھ روپیہ ۳ شرح سے ۳ سال کے لئے اور کچھ روپیہ ۴ سال کے لئے ۴ شرح سے اور باقی ۵ سال کے لئے ۵ شرح سے قرض دے۔ مدت مقررہ کے بعد ہر سہ ر قومات کا سود برابر برابر وصول ہوا۔ بتاؤ کہ کتنا کتنا روپیہ قرض دیا گیا۔

مشقیہ الجبرا

- ۱۔ ۹۰ کو ایسے تین حصوں میں تقسیم کرو۔ کہ پہلے کا نصف دوسرے کی بتائی اور تیسرے کی چوتھائی کے برابر ہوں۔
- ۲۔ ایک آدمی کی عمر ۷۵ سال ہے اس کے لڑکے کی عمر ۱۲ سال ہے۔ کتنے سال پہلے باپ لڑکے سے چوگنی عمر کا تھا۔
- ۳۔ ایک مستطیل کا طول عرض سے ۳ فٹ زیادہ ہے۔ اگر عرض کو ۲ فٹ کم کر دیا جائے۔ تو رقبوں میں کچھ فرق نہیں آتا۔ طول و عرض علیحدہ علیحدہ بتاؤ۔
- ۴۔ ایک گھوڑا جتنے روپے کو خریدا۔ اتنے فیصدی نفع لیکر بیچ ڈالا۔ اگر قیمت فروخت کا ۵ روپے ہو تو خریدا بتاؤ۔

۵۔ ایک کھیت کا طول عرض سے $1\frac{1}{2}$ گنا ہے اگر عرض کو ۵ فٹ کم اور طول کو ۶ فٹ زیادہ کر دیا جائے تو رقبے میں کوئی فرق نہیں آتا۔ طول و عرض بتاؤ۔

۴۲

۱۔ ایک درخت ۴۰ فٹ بلند ہے ہوا کے زور سے اس کی چوٹی جڑ سے ۲۰ فٹ کے فاصلے پر جاگئی۔ بتاؤ درخت کتنی بلند سی سے ٹوٹا۔

۲۔ کنول کا ایک پھول پانی کی سطح سے ۴ فٹ بلند ہے۔ ہوا کے زور سے جھک کر پھول کی چوٹی عین پانی کی سطح سے ۸ فٹ کے فاصلے پر جا گئی۔ پھول کی لمبائی اور پانی کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۔ ایک شخص نے کچھ دودھ ۳ سیر خریدا۔ اور کل دودھ کا $\frac{1}{2}$ حصہ خریدا کر لیا۔ باقی میں ۸ سیر پانی ملا کر مرکب ۲۰ سیر بیچنے سے علاوہ نقصان کے ۲۰ فائدہ ہوا۔ بتاؤ اس نے کتنے سیر دودھ خریدا تھا۔

۴۔ ۱۲۷ کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو۔ کہ اگر پہلے حصے میں ۱۸ جمع کئے جا دیں۔ اور دوسرے میں سے ۱۵ تفریق اور تیسرے کو ۴ سے ضرب دیں۔ اور چوتھے کو $2\frac{1}{2}$ پر تقسیم کریں۔ تو ما حاصل برابر ہو۔

۵۔ ایک شخص ۱۰ گھنٹے میں ۲۰ میل سختی کو دھار پر لے جا کر واپس مقام رواٹنگی پر پہنچ گیا۔ معلوم ہوا کہ دھار پر ۲ میل اور دھار کے ساتھ ۳ میل چلنے میں یکساں وقت لگتا ہے۔ آنے اور جانے کا وقت ہذا گناہ معلوم کرو۔

3- ایک کپتان نے اپنی فوج خالی رعب کی شکل میں کھڑی کی
۶ قطاریں ہر طرف تھیں۔ پھر ایسے خالی رعب کی شکل میں
کھڑا کیا۔ جس میں ۶ قطاریں ہر طرف تھیں۔ لیکن اب کی
دفعہ ہر ضلع میں پہلے سے 25 سپاہی زیادہ تھے۔ کل آدمی

بتاؤ۔
4- ایک شخص 5 اور 6 بجے کے درمیان سیر کر گیا۔ 6 اور 7
بجے کے درمیان واپس لوٹ کر آیا۔ تو
اس وقت کھڑی کی سوئیوں نے جگہ بدل لی تھی۔ بتاؤ وہ
شخص کب باہر گیا تھا۔

5- $11 + 13 = 24$ $12 + 14 = 26$ $13 + 15 = 28$ $14 + 16 = 30$ $15 + 17 = 32$ $16 + 18 = 34$ $17 + 19 = 36$ $18 + 20 = 38$ $19 + 21 = 40$ $20 + 22 = 42$ $21 + 23 = 44$ $22 + 24 = 46$ $23 + 25 = 48$ $24 + 26 = 50$ $25 + 27 = 52$ $26 + 28 = 54$ $27 + 29 = 56$ $28 + 30 = 58$ $29 + 31 = 60$ $30 + 32 = 62$ $31 + 33 = 64$ $32 + 34 = 66$ $33 + 35 = 68$ $34 + 36 = 70$ $35 + 37 = 72$ $36 + 38 = 74$ $37 + 39 = 76$ $38 + 40 = 78$ $39 + 41 = 80$ $40 + 42 = 82$ $41 + 43 = 84$ $42 + 44 = 86$ $43 + 45 = 88$ $44 + 46 = 90$ $45 + 47 = 92$ $46 + 48 = 94$ $47 + 49 = 96$ $48 + 50 = 98$ $49 + 51 = 100$ $50 + 52 = 102$ $51 + 53 = 104$ $52 + 54 = 106$ $53 + 55 = 108$ $54 + 56 = 110$ $55 + 57 = 112$ $56 + 58 = 114$ $57 + 59 = 116$ $58 + 60 = 118$ $59 + 61 = 120$ $60 + 62 = 122$ $61 + 63 = 124$ $62 + 64 = 126$ $63 + 65 = 128$ $64 + 66 = 130$ $65 + 67 = 132$ $66 + 68 = 134$ $67 + 69 = 136$ $68 + 70 = 138$ $69 + 71 = 140$ $70 + 72 = 142$ $71 + 73 = 144$ $72 + 74 = 146$ $73 + 75 = 148$ $74 + 76 = 150$ $75 + 77 = 152$ $76 + 78 = 154$ $77 + 79 = 156$ $78 + 80 = 158$ $79 + 81 = 160$ $80 + 82 = 162$ $81 + 83 = 164$ $82 + 84 = 166$ $83 + 85 = 168$ $84 + 86 = 170$ $85 + 87 = 172$ $86 + 88 = 174$ $87 + 89 = 176$ $88 + 90 = 178$ $89 + 91 = 180$ $90 + 92 = 182$ $91 + 93 = 184$ $92 + 94 = 186$ $93 + 95 = 188$ $94 + 96 = 190$ $95 + 97 = 192$ $96 + 98 = 194$ $97 + 99 = 196$ $98 + 100 = 198$ $99 + 101 = 200$ $100 + 102 = 202$ $101 + 103 = 204$ $102 + 104 = 206$ $103 + 105 = 208$ $104 + 106 = 210$ $105 + 107 = 212$ $106 + 108 = 214$ $107 + 109 = 216$ $108 + 110 = 218$ $109 + 111 = 220$ $110 + 112 = 222$ $111 + 113 = 224$ $112 + 114 = 226$ $113 + 115 = 228$ $114 + 116 = 230$ $115 + 117 = 232$ $116 + 118 = 234$ $117 + 119 = 236$ $118 + 120 = 238$ $119 + 121 = 240$ $120 + 122 = 242$ $121 + 123 = 244$ $122 + 124 = 246$ $123 + 125 = 248$ $124 + 126 = 250$ $125 + 127 = 252$ $126 + 128 = 254$ $127 + 129 = 256$ $128 + 130 = 258$ $129 + 131 = 260$ $130 + 132 = 262$ $131 + 133 = 264$ $132 + 134 = 266$ $133 + 135 = 268$ $134 + 136 = 270$ $135 + 137 = 272$ $136 + 138 = 274$ $137 + 139 = 276$ $138 + 140 = 278$ $139 + 141 = 280$ $140 + 142 = 282$ $141 + 143 = 284$ $142 + 144 = 286$ $143 + 145 = 288$ $144 + 146 = 290$ $145 + 147 = 292$ $146 + 148 = 294$ $147 + 149 = 296$ $148 + 150 = 298$ $149 + 151 = 300$ $150 + 152 = 302$ $151 + 153 = 304$ $152 + 154 = 306$ $153 + 155 = 308$ $154 + 156 = 310$ $155 + 157 = 312$ $156 + 158 = 314$ $157 + 159 = 316$ $158 + 160 = 318$ $159 + 161 = 320$ $160 + 162 = 322$ $161 + 163 = 324$ $162 + 164 = 326$ $163 + 165 = 328$ $164 + 166 = 330$ $165 + 167 = 332$ $166 + 168 = 334$ $167 + 169 = 336$ $168 + 170 = 338$ $169 + 171 = 340$ $170 + 172 = 342$ $171 + 173 = 344$ $172 + 174 = 346$ $173 + 175 = 348$ $174 + 176 = 350$ $175 + 177 = 352$ $176 + 178 = 354$ $177 + 179 = 356$ $178 + 180 = 358$ $179 + 181 = 360$ $180 + 182 = 362$ $181 + 183 = 364$ $182 + 184 = 366$ $183 + 185 = 368$ $184 + 186 = 370$ $185 + 187 = 372$ $186 + 188 = 374$ $187 + 189 = 376$ $188 + 190 = 378$ $189 + 191 = 380$ $190 + 192 = 382$ $191 + 193 = 384$ $192 + 194 = 386$ $193 + 195 = 388$ $194 + 196 = 390$ $195 + 197 = 392$ $196 + 198 = 394$ $197 + 199 = 396$ $198 + 200 = 398$ $199 + 201 = 400$ $200 + 202 = 402$ $201 + 203 = 404$ $202 + 204 = 406$ $203 + 205 = 408$ $204 + 206 = 410$ $205 + 207 = 412$ $206 + 208 = 414$ $207 + 209 = 416$ $208 + 210 = 418$ $209 + 211 = 420$ $210 + 212 = 422$ $211 + 213 = 424$ $212 + 214 = 426$ $213 + 215 = 428$ $214 + 216 = 430$ $215 + 217 = 432$ $216 + 218 = 434$ $217 + 219 = 436$ $218 + 220 = 438$ $219 + 221 = 440$ $220 + 222 = 442$ $221 + 223 = 444$ $222 + 224 = 446$ $223 + 225 = 448$ $224 + 226 = 450$ $225 + 227 = 452$ $226 + 228 = 454$ $227 + 229 = 456$ $228 + 230 = 458$ $229 + 231 = 460$ $230 + 232 = 462$ $231 + 233 = 464$ $232 + 234 = 466$ $233 + 235 = 468$ $234 + 236 = 470$ $235 + 237 = 472$ $236 + 238 = 474$ $237 + 239 = 476$ $238 + 240 = 478$ $239 + 241 = 480$ $240 + 242 = 482$ $241 + 243 = 484$ $242 + 244 = 486$ $243 + 245 = 488$ $244 + 246 = 490$ $245 + 247 = 492$ $246 + 248 = 494$ $247 + 249 = 496$ $248 + 250 = 498$ $249 + 251 = 500$ $250 + 252 = 502$ $251 + 253 = 504$ $252 + 254 = 506$ $253 + 255 = 508$ $254 + 256 = 510$ $255 + 257 = 512$ $256 + 258 = 514$ $257 + 259 = 516$ $258 + 260 = 518$ $259 + 261 = 520$ $260 + 262 = 522$ $261 + 263 = 524$ $262 + 264 = 526$ $263 + 265 = 528$ $264 + 266 = 530$ $265 + 267 = 532$ $266 + 268 = 534$ $267 + 269 = 536$ $268 + 270 = 538$ $269 + 271 = 540$ $270 + 272 = 542$ $271 + 273 = 544$ $272 + 274 = 546$ $273 + 275 = 548$ $274 + 276 = 550$ $275 + 277 = 552$ $276 + 278 = 554$ $277 + 279 = 556$ $278 + 280 = 558$ $279 + 281 = 560$ $280 + 282 = 562$ $281 + 283 = 564$ $282 + 284 = 566$ $283 + 285 = 568$ $284 + 286 = 570$ $285 + 287 = 572$ $286 + 288 = 574$ $287 + 289 = 576$ $288 + 290 = 578$ $289 + 291 = 580$ $290 + 292 = 582$ $291 + 293 = 584$ $292 + 294 = 586$ $293 + 295 = 588$ $294 + 296 = 590$ $295 + 297 = 592$ $296 + 298 = 594$ $297 + 299 = 596$ $298 + 300 = 598$ $299 + 301 = 600$ $300 + 302 = 602$ $301 + 303 = 604$ $302 + 304 = 606$ $303 + 305 = 608$ $304 + 306 = 610$ $305 + 307 = 612$ $306 + 308 = 614$ $307 + 309 = 616$ $308 + 310 = 618$ $309 + 311 = 620$ $310 + 312 = 622$ $311 + 313 = 624$ $312 + 314 = 626$ $313 + 315 = 628$ $314 + 316 = 630$ $315 + 317 = 632$ $316 + 318 = 634$ $317 + 319 = 636$ $318 + 320 = 638$ $319 + 321 = 640$ $320 + 322 = 642$ $321 + 323 = 644$ $322 + 324 = 646$ $323 + 325 = 648$ $324 + 326 = 650$ $325 + 327 = 652$ $326 + 328 = 654$ $327 + 329 = 656$ $328 + 330 = 658$ $329 + 331 = 660$ $330 + 332 = 662$ $331 + 333 = 664$ $332 + 334 = 666$ $333 + 335 = 668$ $334 + 336 = 670$ $335 + 337 = 672$ $336 + 338 = 674$ $337 + 339 = 676$ $338 + 340 = 678$ $339 + 341 = 680$ $340 + 342 = 682$ $341 + 343 = 684$ $342 + 344 = 686$ $343 + 345 = 688$ $344 + 346 = 690$ $345 + 347 = 692$ $346 + 348 = 694$ $347 + 349 = 696$ $348 + 350 = 698$ $349 + 351 = 700$ $350 + 352 = 702$ $351 + 353 = 704$ $352 + 354 = 706$ $353 + 355 = 708$ $354 + 356 = 710$ $355 + 357 = 712$ $356 + 358 = 714$ $357 + 359 = 716$ $358 + 360 = 718$ $359 + 361 = 720$ $360 + 362 = 722$ $361 + 363 = 724$ $362 + 364 = 726$ $363 + 365 = 728$ $364 + 366 = 730$ $365 + 367 = 732$ $366 + 368 = 734$ $367 + 369 = 736$ $368 + 370 = 738$ $369 + 371 = 740$ $370 + 372 = 742$ $371 + 373 = 744$ $372 + 374 = 746$ $373 + 375 = 748$ $374 + 376 = 750$ $375 + 377 = 752$ $376 + 378 = 754$ $377 + 379 = 756$ $378 + 380 = 758$ $379 + 381 = 760$ $380 + 382 = 762$ $381 + 383 = 764$ $382 + 384 = 766$ $383 + 385 = 768$ $384 + 386 = 770$ $385 + 387 = 772$ $386 + 388 = 774$ $387 + 389 = 776$ $388 + 390 = 778$ $389 + 391 = 780$ $390 + 392 = 782$ $391 + 393 = 784$ $392 + 394 = 786$ $393 + 395 = 788$ $394 + 396 = 790$ $395 + 397 = 792$ $396 + 398 = 794$ $397 + 399 = 796$ $398 + 400 = 798$ $399 + 401 = 800$ $400 + 402 = 802$ $401 + 403 = 804$ $402 + 404 = 806$ $403 + 405 = 808$ $404 + 406 = 810$ $405 + 407 = 812$ $406 + 408 = 814$ $407 + 409 = 816$ $408 + 410 = 818$ $409 + 411 = 820$ $410 + 412 = 822$ $411 + 413 = 824$ $412 + 414 = 826$ $413 + 415 = 828$ $414 + 416 = 830$ $415 + 417 = 832$ $416 + 418 = 834$ $417 + 419 = 836$ $418 + 420 = 838$ $419 + 421 = 840$ $420 + 422 = 842$ $421 + 423 = 844$ $422 + 424 = 846$ $423 + 425 = 848$ $424 + 426 = 850$ $425 + 427 = 852$ $426 + 428 = 854$ $427 + 429 = 856$ $428 + 430 = 858$ $429 + 431 = 860$ $430 + 432 = 862$ $431 + 433 = 864$ $432 + 434 = 866$ $433 + 435 = 868$ $434 + 436 = 870$ $435 + 437 = 872$ $436 + 438 = 874$ $437 + 439 = 876$ $438 + 440 = 878$ $439 + 441 = 880$ $440 + 442 = 882$ $441 + 443 = 884$ $442 + 444 = 886$ $443 + 445 = 888$ $444 + 446 = 890$ $445 + 447 = 892$ $446 + 448 = 894$ $447 + 449 = 896$ $448 + 450 = 898$ $449 + 451 = 900$ $450 + 452 = 902$ $451 + 453 = 904$ $452 + 454 = 906$ $453 + 455 = 908$ $454 + 456 = 910$ $455 + 457 = 912$ $456 + 458 = 914$ $457 + 459 = 916$ $458 + 460 = 918$ $459 + 461 = 920$ $460 + 462 = 922$ $461 + 463 = 924$ $462 + 464 = 926$ $463 + 465 = 928$ $464 + 466 = 930$ $465 + 467 = 932$ $466 + 468 = 934$ $467 + 469 = 936$ $468 + 470 = 938$ $469 + 471 = 940$ $470 + 472 = 942$ $471 + 473 = 944$ $472 + 474 = 946$ $473 + 475 = 948$ $474 + 476 = 950$ $475 + 477 = 952$ $476 + 478 = 954$ $477 + 479 = 956$ $478 + 480 = 958$ $479 + 481 = 960$ $480 + 482 = 962$ $481 + 483 = 964$ $482 + 484 = 966$ $483 + 485 = 968$ $484 + 486 = 970$ $485 + 487 = 972$ $486 + 488 = 974$ $487 + 489 = 976$ $488 + 490 = 978$ $489 + 491 = 980$ $490 + 492 = 982$ $491 + 493 = 984$ $492 + 494 = 986$ $493 + 495 = 988$ $494 + 496 = 990$ $495 + 497 = 992$ $496 + 498 = 994$ $497 + 499 = 996$ $498 + 500 = 998$ $499 + 501 = 1000$ $500 + 502 = 1002$ $501 + 503 = 1004$ $502 + 504 = 1006$ $503 + 505 = 1008$ $504 + 506 = 1010$ $505 + 507 = 1012$ $506 + 508 = 1014$ $507 + 509 = 1016$ $508 + 510 = 1018$ $509 + 511 = 1020$ $510 + 512 = 1022$ $511 + 513 = 1024$ $512 + 514 = 1026$ $513 + 515 = 1028$ $514 + 516 = 1030$ $515 + 517 = 1032$ $516 + 518 = 1034$ $517 + 519 = 1036$ $518 + 520 = 1038$ $519 + 521 = 1040$ $520 + 522 = 1042$ $521 + 523 = 1044$ $522 + 524 = 1046$ $523 + 525 = 1048$ $524 + 526 = 1050$ $525 + 527 = 1052$ $526 + 528 = 1054$ $527 + 529 = 1056$ $528 + 530 = 1058$ $529 + 531 = 1060$ $530 + 532 = 1062$ $531 + 533 = 1064$ $532 + 534 = 1066$ $533 + 535 = 1068$ $534 + 536 = 1070$ $535 + 537 = 1072$ $536 + 538 = 1074$ $537 + 539 = 1076$ $538 + 540 = 1078$ $539 + 541 = 1080$ $540 + 542 = 1082$ $541 + 543 = 1084$ $542 + 544 = 1086$ $543 + 545 = 1088$ $544 + 546 = 1090$ $545 + 547 = 1092$ $546 + 548 = 1094$ $547 + 549 = 1096$ $548 + 550 = 1098$ $549 + 551 = 1100$ $550 + 552 = 1102$ $551 + 553 = 1104$ $552 + 554 = 1106$ $553 + 555 = 1108$ $554 + 556 = 1110$ $555 + 557 = 1112$ $556 + 558 = 1114$ $557 + 559 = 1116$ $558 + 560 = 1118$ $559 + 561 = 1120$ $560 + 562 = 1122$ $561 + 563 = 1124$ $562 + 564 = 1126$ $563 + 565 = 1128$ $564 + 566 = 1130$ $565 + 567 = 1132$ $566 + 568 = 1134$ $567 + 569 = 1136$ $568 + 570 = 1138$ $569 + 571 = 1140$ $570 + 572 = 1142$ $571 + 573 = 1144$ $572 + 574 = 1146$ $573 + 575 = 1148$ $574 + 576 = 1150$ $575 + 577 = 1152$ $576 + 578 = 1154$ $577 + 579 = 1156$ $578 + 580 = 1158$ $579 + 581 = 1160$ $580 + 582 = 1162$ $581 + 583 = 1164$ $582 + 584 = 1166$ $583 + 585 = 1168$ $584 + 586 = 1170$ $585 + 587 = 1172$ $586 + 588 = 1174$ $587 + 589 = 1176$ $588 + 590 = 1178$ $589 + 591 = 1180$ $590 + 592 = 1182$ $591 + 593 = 1184$ $592 + 594 = 1186$ $593 + 595 = 1188$ $594 + 596 = 1190$ $595 + 597 = 1192$ $596 + 598 = 1194$ $597 + 599 = 1196$ $598 + 600 = 1198$ $599 + 601 = 1200$ $600 + 602 = 1202$ $601 + 603 = 1204$ $602 + 604 = 1206$ $603 + 605 = 1208$ $604 + 606 = 1210$ $605 + 607 = 1212$ $606 + 608 = 1214$ $607 + 609 = 1216$ $608 + 610 = 1218$ $609 + 611 = 1220$ $610 + 612 = 1222$ $611 + 613 = 1224$ $612 + 614 = 1226$ $613 + 615 = 1228$ $614 + 616 = 1230$ $615 + 617 = 1232$ $616 + 618 = 1234$ $617 + 619 = 1236$ $618 + 620 = 1238$ $619 + 621 = 1240$ $620 + 622 = 1242$ $621 + 623 = 1244$ $622 + 624 = 1246$ $623 + 625 = 1248$ $624 + 626 = 1250$ $625 + 627 = 1252$ $626 + 628 = 1254$ $627 + 629 = 1256$ $628 + 630 = 1258$ $629 + 631 = 1260$ $630 + 632 = 1262$ $631 + 633 = 1264$ $632 + 634 = 1266$ $633 + 635 = 1268$ $634 + 636 = 1270$ $635 + 637 = 1272$ $636 + 638 = 1274$ $637 + 639 = 1276$ $638 + 640 = 1278$ $639 + 641 = 1280$ $640 + 642 = 1282$ $641 + 643 = 1284$ $642 + 644 = 1286$ $643 + 645 = 1288$ $644 + 646 = 1290$ $645 + 647 = 1292$ $646 + 648 = 1294$ $647 + 649 = 1296$ $648 + 650 = 1298$

۱۴۱۔ ایک قائم الزاویہ کی پیمائش سے معلوم ہوا کہ اگر وہ فٹ چوڑا اور ۳ فٹ لمبا زیادہ ہو۔ تو رقبہ ۶۴ مربع فٹ اور اگر ۳ فٹ چوڑا اور ۲ فٹ لمبا ہو۔ تو رقبہ ۶۸ مربع فٹ زیادہ ہوگا۔ طول اور عرض بتاؤ۔

۵۔ اگر ایک جماعت میں ۳ بیچ بڑھائے جائیں۔ تو ہر ایک بیچ پر ۳ لڑکے کم بیٹھ سکتے ہیں۔ اگر ایک بیچ کم کر دیا جائے تو ہر ایک بیچ پر ۲ طالب علم زیادہ بیٹھ سکتے ہیں لڑکوں کی تعداد بتاؤ۔

۲۶

۱۔ ایک عدد تین ہندسوں کا ہے۔ جن کا مجموعہ ۹ ہے۔ اگر پہلے عدد کو لے لیں۔ تو وہ تیسرے کا ۵ گنا ہے۔ اگر دوسرے دو عددوں کو لیں۔ تو وہ پہلے کے ۵ گنے ہیں۔ وہ عدد بتاؤ۔

۲۔ ایک شخص نے ایک تصویر کی قیمت پر خریدی۔ اور اتنی ہی قیمت اُس کے چوکھٹے کی دی۔ اگر تصویر کی قیمت ایک پونڈ زیادہ اور چوکھٹے کی قیمت ۱۵ شلنگ کم ہوتی تو چوکھٹے کی قیمت تصویر کی قیمت سے آدھی ہوتی۔ تصویر کی قیمت بتاؤ۔

۳۔ ایک لڑکا اپنے گھر سے مدرسہ کو $\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے۔ اور ۶ منٹ دیر سے پہنچتا ہے۔ اور دوسرے دن وہ ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار اپنی بڑھادیاتا ہے۔ تو گھر سے مدرسہ کا فاصلہ معلوم کرو۔

۴۔ ایک کسان نے کچھ بھیڑیں ۳ پونڈ فی بھیڑ کے حساب سے اور اتنے ہی بھیڑیں ۴ پونڈ فی بھیڑ کے حساب سے خریدیں اگر وہ اپنی رقم کو دونوں قسم کی بھیڑوں پر برابر برابر صرف کرتا تو اسے دو بھیڑیں زیادہ ملتی۔ بتاؤ اس نے کل کتنی بھیڑیں خریدیں۔

۵۔ جب چادلوں کا بھاؤ 8 سیر فی روپیہ ہوتا ہے۔ تو ایک کنبے کا خرچ 75 روپے ماہوار ہوتا ہے۔ اور جب چادلوں کا بھاؤ ۱۵ سیر فی روپیہ ہوتا ہے تو ماہوار خرچ 72 روپے ہوتا ہے۔ دیگر اجزاء میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی۔ بتاؤ ماہوار خرچ کیا ہوگا۔ جبکہ چادلوں کا بھاؤ 2 سیر فی روپیہ ہوگا۔

۲۷

$$1- \text{لا}^4 - \text{لا}^3 - \{ \text{لا}^2 - (1 + \text{لا} + \text{لا}^2) \} - (\text{لا}^4 + \text{لا}^3 + \text{لا}^2 + \text{لا} + 1) \text{ کو مفروضہ کرو۔}$$

$$2- (1 + \text{ج} + \text{ج}^2) + 6 + \{ 1 - (\text{ج} + \text{ج}^2) \} + (1 - \text{ج} - \text{ج}^2) \text{ کو مختصر کرو۔}$$

۳۔ ایک شخص نے کچھ بھیڑیں 3 روپے فی بھیڑ کے حساب سے خریدیں۔ اور ان میں سے $\frac{2}{3}$ تو بحساب 5 روپے فی بھیڑ بیچ دیں۔ اور باقی بحساب 48 روپے فی درجن اس طرح انس کو 40 روپے نفع ہوا۔ تو اس نے کتنی بھیڑیں خریدیں تھیں

$$(4) \quad (1 + \text{لا})^4 + 4(1 - \text{لا})^4 \text{ کو مفروضہ کرو۔}$$

5- 25 ج ۵۱ کو مل کر دو۔

۲۸

(۱) 2 لا + لا² - 10 لا + 6 اور 6 لا + لا² - 15 کا معادریافت کرو۔
۲- میں نے ایک شخص کو اس شرط پر نوکر رکھا کہ حاضری کے
درے اور غیر حاضری کے 3 روپے۔ 10 روپے کے بعد
اُس کو ایک روپیہ ملے۔ تو بتاؤ وہ کتنے دن غیر
حاضر رہا۔

۳- ایک شخص 6 اور 7 بجے کے درمیان ہوا خوری کو گیا۔
اور 8 بجے کے درمیان واپس آیا۔ تو اُس نے دیکھا کہ
گھڑی کی سوئیوں نے جگہ تبدیل کر لی ہے۔ بتاؤ وہ کس
وقت گیا۔ اور کس وقت واپس آیا۔

۴- ایک سپہ سالار نے اپنی فوج نے 500 آدمیوں کو ایک
ایسے غالی مربع کی شکل میں کھڑا کیا۔ کہ جس میں 5 صفیں
ہر طرف ہوتی ہیں۔ تو بتاؤ کہ سامنے کی صف میں کتنے آدمی
کھڑے تھے۔

۵- ایک ریل گاڑی نے کسی رفتار سے کچھ فاصلہ طے کیا۔
اگر اس کی رفتار 6 میل فی گھنٹہ زیادہ تیرہ ہوتی۔ تو
4 گھنٹے کم خرچ ہوتے۔ اور اگر 6 میل فی گھنٹہ کم تیز
ہوتی۔ تو 6 گھنٹے زیادہ خرچ ہوتے۔ تو فاصلے کی لمبائی
بتاؤ۔

۲۹

۱- ایک کسان نے کچھ بھیڑیں 6 روپے فی بھیڑ کے حساب سے
اور اتنی ہی آٹھ روپے فی بھیڑ کے حساب سے

خریدیں۔ اگر وہ دونوں قسم کی بھیڑوں پر یکساں روپیہ
خرید سکتا۔ تو اس کو تین بھیڑیں زیادہ ملتیں۔ بتاؤ
اس نے ہر ایک قسم کی کتنی کتنی بھیڑیں خریدیں۔

۲۔ ایک ہزار درخت ایک سڑک کے کنارے کٹائے
برابر برابر فاصلے پر لگائے۔ تو معلوم ہوا کہ کل نصف
کام ہو گیا۔ اور ۱۵۰ درخت اور منگا کر ان میں شامل کر
کے سب کو یہ نسبت پہلے کے دو گنے فاصلے پر لگایا
گیا۔ تو کام پورا ہو گیا۔ اور ۵۰۰ گز زیادہ۔ بتاؤ پہلے
کتنے کتنے فاصلے پر درخت لگائے گئے تھے۔

۳۔ ایک عدد دو ہندسوں سے مرکب ہے۔ جن کا فرق
۲ ہے اور اگر اس عدد میں سے ہندسوں کے مجموعے
کا $\frac{3}{4}$ منہا کر دیا جائے۔ تو ہندسوں کی ترتیب الٹ
جاتی ہے۔ وہ عدد بتاؤ۔

۴۔ جس کام کو ایک آدمی اور ایک لڑکا ۱۵ دن میں
کر سکتے ہیں۔ اس کام کو ۲ آدمی اور ۱ لڑکے ۲ روز
میں کر سکتے ہیں۔ بتاؤ اکیلا آدمی کتنے دنوں میں کر لیگا
۵۔ ایک ہنساری کے پاس کچھ چائے دو روپے سیرداں
اور کچھ ۳ روپے سیرداں وہ ان دونوں قسموں کو ملا کر
ایک من چائے بحساب ۲ روپے ۳۰ سیر فروخت
کرنے سے ۵۰ فیصدی نفع اٹھاتا ہے۔ بتاؤ ہر
قسم کی چائے کتنی کتنی ہوگی۔

۶۔

۱۔ کچھ مسافر مراٹے میں آئے۔ بھٹیاری نے سوچا کہ اگر

ہر ایک مسافر کو ایک ایک کوٹھڑی دوں تو دو ہی
کوٹھڑیوں کی کمی رہتی ہے۔ اور اگر ایک ایک کوٹھڑی
میں دو دو مسافروں کو تو ۲ کوٹھڑیاں خالی رہ جاتی
ہیں۔ سہراے کی کوٹھڑیوں اور مسافروں کی تعداد
بتاؤ۔

$$۲ - \frac{3+8}{5} = \frac{8-5}{4} = \frac{3(8+5)}{8} \text{ کو حل کرو۔}$$

۳۔ ایک ندی چلی امیل فی گھنٹہ کی رفتار سے بہ رہی ہے
جتنا وقت ایک شخص کو بہاؤ کے ساتھ امیل تیرنے
میں لگتا ہے۔ اس سے پنج گنا وقت بہاؤ کے خلاف
امیل تیرنے میں لگتا ہے۔ بتاؤ وہ شخص کس
رفتار سے تیرتا ہے۔

۴۔ ایسے دو متضاد فیچ عدد معلوم کرو کہ ان کے
مربعوں کا فرق ۲۱ ہو۔

مشق حیو طیری

۱۔ ۱۰۰ فٹ لمبا زینہ ایک گھر کی دیوار کے ساتھ کھڑا
ہے۔ تو بتاؤ کہ اس کو کتنا نیچا کریں کہ اس کے پاؤں
دیوار سے ۱۰ فٹ کے فاصلے پر ہو جائیں۔

- ۲۔ ایک 25 فٹ لمبازینہ ایک گلی کی 2 فٹ اونچی دیوار تک پہنچتا ہے اگر اس کو آٹ کر دوسری طرف لگاتے ہیں۔ تو 2 فٹ کی اونچائی تک پہنچتا ہے۔ گلی کا عرض بتاؤ۔
- ۳۔ ایک اینج چوڑے گولے کی لمبائی یلوں میں دریافت کرو۔ جو ایک ایکڑ کھیت کو ڈھانپ سکے
- ۴۔ ایک ایکڑ مربع شکل کے کھیت کے درمیان ایک تالاب بننا ہوا ہے۔ جس کا ہر ایک ضلع ۲۰ گز ہے۔ بتاؤ کتنی زمین جو تنے کے لائق ہے۔
- ۵۔ ایک رامبس کھیت کا رقبہ اس مربع کے رقبے سے $\frac{1}{2}$ ہے۔ جبکا پیری میٹر رامبس کے پیری میٹر کے برابر ہے۔ تو اس کے زاوے کی مقدار بتاؤ۔

۳۲

- ۱۔ ایک تکون کھیت کے دو ضلع ۱۰ گز و ۲۲۰ گز ہیں۔ ان کا درمیانی زاویہ آبیوس ہے۔ تو تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کرو۔ جبکہ کھیت کا رقبہ ٹھیک ایک ایکڑ ہو۔
- ۲۔ کسی ایکڑی لیٹرل تکون اور مربع کا پیری میٹر ایک ہی ہے۔ ان کے رقبوں میں نسبت معلوم کرو۔
- ۳۔ تین مساوی دائرے جن کے نصف قطر دس دس فٹ ہیں باہم مس کرتے ہیں۔ تو ان کی درمیانی جگہ کا رقبہ معلوم کرو۔
- ۴۔ ایک دائرے کا قطر ۱۵ فٹ ہے ۱۵ فٹ اور ۸ فٹ بنے وتر اس کے متوازی نکالے گئے ہیں۔ ان کے

انجاموں کو ملانے سے جو ٹریپیز انڈ پیدا ہوگی - اس کا رقبہ معلوم کرو

(۱۱) جبکہ وتر قطر کے ایک ہی طرف واقع ہوں -

(۱۲) جبکہ وتر قطر کے دونوں طرف واقع ہوں -

۵۔ رقبہ معلوم کرو

نمبر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

۳۳

ایک دائرہ جس کا نصف قطر ۴ فٹ ۵ اینچ ہے - اس دائرے کے مرکز سے گزرتا ہے - جس کا نصف قطر ۵ فٹ ہے - تو ان کے نقاط تقاطع میں جو خط ملایا جا اس کی لمبائی معلوم کرو -

۲۔ کسی تگون کے اضلاع میں ۴: ۴: ۵ ہے - اس کا ان پیر ۵ گز ہے - رقبہ بتاؤ -

ایک مربع کے ہر ایک ضلع پر اندر کی طرف ایکوی لیٹرل تگونی بنائی گئی ہیں - ان تگونیوں کے راسوں کے ملانے سے ایک اور مربع پیدا ہوتا ہے - اگر اصل مربع کا ہر ایک ضلع ۱۵ فٹ ہو - تو چھوٹے مربع کا

رقبہ انچوں تک معلوم کرو۔

۴۔ ایک تالاب ۵۰ فٹ لمبا۔ ۲۰ فٹ چوڑا ہے۔ اس میں

سے ۲۴۰۰ من پانی باہر نکالا گیا ہے۔ اگر ایک مکعب

فٹ پانی کا وزن ۵۰ سیر ہو۔ تو بتاؤ کہ پانی اپنی اصلی سطح سے

کتنا گھٹ جائیگا۔

۵۔ اگر ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۵۰ سیر ہو۔ تو ایک ٹول

میں جس کا قطر ایک گز ہے۔ اور بلندی ۸ فٹ ۸ انچ

ہے۔ کتنا پانی آئیگا۔

۳۴

(۱) جنگل کا ایک میل چوڑا حلقہ ایک پہاڑ کے گول قاعدے کے گرد

واقع ہے۔ اگر اس قاعدے کا نصف قطر ۱۲ میل ہو تو

بتاؤ کہ لمبی سے لمبی سیدھی سڑک جو اس جنگل میں سے نکلتی ہے

اس کا طول کیا ہوگا۔

۲۔ ایک مستطیل کھیت کے ضلعوں میں ۳: ۵ ہے اور رقبہ

۷۳۵ مربع جریب ہے۔ طول و عرض بتاؤ۔

۳۔ ایک کنول کا پھول پانی سے ۱ فٹ باہر نکلا۔ ہوا کے نور

سے جھک کر ۴ فٹ کے فاصلے پر پانی کی سطح سے جا

لگا۔ پانی کی گہرائی معلوم کرو۔

۴۔ ایک کمرے کا طول ۱۶ فٹ عرض ۱۲ فٹ و ارتفاع ۱۵ فٹ ہے

اس میں بیٹے سے بڑا کتنا لباباں رکھ سکتے ہیں

۵۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کے زاویہ قائمہ سے جو عمود

وتر پر گرایا گیا ہے۔ اس وتر کے دو حصے و فٹ اور ۶ فٹ

ہونگے ہیں۔ عمود کی لمبائی اور مثلث کے ضلع معلوم کرو

۱- ایک دائرے میں جس کا نصف قطر ۳۵ فٹ ہے۔ دو قوسوں میں ایک وتر مشترک ہے۔ اور ایک قوس کا ارتقاع دوسری قوس سے دگنا ہے۔ وتر کی لمبائی معلوم کرو۔

۲- ایک گول چن کے گرد باہر کی طرف گول سٹرک بنی ہوئی ہے۔ اگر سٹرک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے بقدر ۴۴ فٹ زیادہ ہو۔ تو سٹرک کی چوڑائی بتاؤ۔

۳- ایک لکڑی کا صندوق باہر سے ۱۸ لمبا اور ۱۸ چوڑا ہے۔ یہ ایک اونچے موٹی لکڑی کا بنا ہوا ہے۔ اگر ایک لمبے فٹ لکڑی کا وزن ۲۷ پونڈ ہو۔ تو بتاؤ خالی صندوق کا وزن کیا ہے۔

۴- ایک مربع کھینچو۔ جبکہ ہر ایک ضلع ۷ ہو۔ اس کے کسی گوشہ کو مرکز مان کر ۲ نصف قطر کا دائرہ کھینچو۔ بتاؤ دائرے اور مربع میں کس قدر رقبہ مشترک ہے۔ اور مربع کا کتنا رقبہ دائرے سے باہر ہے۔

۵- ایک قائم الزاویہ کے اضلاع ۹۰ فٹ اور ۱۲۰ فٹ ہیں۔ اس کا وتر ۱:۲ سے تقسیم کیا گیا ہے۔ تو قائم الزاویہ کے باقی ہر دو کونوں سے نقطہ تنصیف معلوم کرو۔

عملی جیومیٹری

۳۶

۱- ایک مربع کا وتر ۳۰ اینچ ہے۔ صرف ایک سٹ کوئٹہ بنوئے استعمال سے یہ مربع بناؤ۔

۲۔ دو مربع بناؤ۔ جن کے ضلع ترتیب وار ایک اینچ اور دو اینچ ہوں۔ بناؤ بڑے مربع کو کس طرح چار مربعوں میں تقسیم کریں کہ ہر مربع چھوٹے مربع کے برابر ہو

۳۔ ندی کے کنارے پر کسی مقام پر کھڑا ہوا۔ ایک شخص دوسرے کنارے پر ایک درخت کو اپنے بین سامنے دیکھتا ہے۔ اگر وہ ندی کے کنارے کا 5 گز تک چل کر کسی مقام پر دیکھے تو زاویہ (ج 80 درجے) ندی کا بائیں معلوم کرے

۴۔ پروٹریکٹر سے 45 درجے کا زاویہ بناؤ اور پرکار اور پیمانہ سے اُس کے برابر زاویہ بناؤ۔

۵۔ ایک ایسی متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کے وتر جدا گانہ 2.8 اور 6.3 ہوں اور بلندی 1.4 ہو

۳۷

۱۔ ایک مربع بناؤ۔ جس کا ایک ضلع 11 اینچ ہو۔ خیال رکھو

$$11 = 36 - 25 = 11$$

۲۔ ایک قطری پیمانہ بناؤ۔ جس پر اینچ اور اینچ کے دسویں اور سوئیں حصے کے نشان بنے ہوئے ہیں

۳۔ کسی ایکوی لیٹرل ٹکون اور مربع کا پیریمیٹر ایک ہی ہے۔ ثابت کرو کہ اُن کے سرکم ریڈس میں 4:3 کا تناسب ہے
ایک آٹھ ضلع کی شکل بناؤ۔ پھر اُس کی نقل اتارو۔
۴۔ ایک قائم الزاویہ کے ضلع 3، 2 سم ہیں۔ اُس کے برابر ایک متوازی الاضلاع بناؤ۔ جس کا زاویہ 60 درجے کا ہو۔

۳۸

ایک مثلث ا ب ج کے برابر بناؤ۔

دو دائرے بناؤ جن کے نصف قطری، رسم ہوں۔ ان کے

مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ۱۶ سم ہو۔ پھر ان کے مخالف سمتوں کے
ماس مشترک کھینچو۔

۳۔ ایک ٹکون کا قاعدہ ۱۰.۵ اینچ ہے۔ اس کا ارتفاع ۱۰.۲ اینچ ہے
اور زاویہ راس ۶۵ درجہ کا ہے۔ ٹکون بناؤ۔

۴۔ ایک مثلث بناؤ۔ جس کا پیریمیٹر ۱۰ سم ہو۔ اور قاعدے کے
زاوے ۶۵°، ۵۵° کے ہوں۔

۵۔ ایک مربع بناؤ جس کا رقبہ ایک مربع معلوم کا نصف ہو

۳۹

۱۔ ایک مثلث بناؤ۔ جس کے ضلع ۲.۳ سم اور ۲.۵ سم اور تیسری ہیں۔
سب سے چھوٹے ضلع پر ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ۔ جس کا رقبہ
پہلی مثلث کے برابر ہو۔

۲۔ ایک دی ہوئی چوکور کے برابر ایک مربع بناؤ۔
۳۔ ایک مستطیل بناؤ۔ جس کا رقبہ ۱۰ مربع اینچ اور ضلع ۱.۹ ہو۔
۴۔ آیتے کے ہوئے دائرے کے اندر ایک وتر کھینچو۔ جو اپنے مرکزی
فاصلہ سے دوگنا ہو۔

۵۔ ۱۵ کی قیمت شکل ہندسی معلوم کرو۔

۶۔ ایک دئے ہوئے دائرے کے برابر جس کا قطر ۱۰ سم ہو مربع بناؤ

۴۰

۱۔ ایک دی ہوئی ٹکون کے اندر مربع بناؤ۔

۲۔ ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ۔ جس کا زاویہ قائمہ ہو۔ اور زاویہ قائمہ سے دس گنا

۳۔ ۱۰ اینچ کو اکائی مان کر ۲.۳ × ۱.۸ کی قیمت معلوم کرو۔

۴۔ قطری پٹا بناؤ۔ جس پر اینچ کے دسویں حصوں کے نشان ہوں اور ۲.۷۵ اینچ طول کو پانچ

۵۔ ۱۰.۳، ۱.۷، نصف قطر کے دائرے کھینچو۔ جن کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ۱۰ سم ہو۔ مخالف سمتوں کے
ماس کھینچو

جوابات

نمبر سوالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	90738438	17227	790932	51036430	2044420	1453115
۲	13879099	22235	11780	8494	20434	2019
۳	150696	1	180	840	7	x
۴	12321238	19259	7	7	31	x
۵	11363	164759	5365	2781	19149	-2
۶	21707034	1491502	5398348	187111	25112	x
۷	82	10400	12065	12065	12065	4
۸	126	11	1100	1100	10 سال	x
۹	10102	11 سببی	211	6975	60 روپے	x
۱۰	1800	انفیدی	14	5 بکرو	10 روپے	x
۱۱	123	123	123	123	123	8
۱۲	5:9	5:9	5:9	5:9	5:9	5:9

۵	۴	۳	۲	۱	نمبری
۱۲۲۵، ۱۲۵ ۵۶۹، ۳۰۵	$\frac{1}{2}$ پیکر	نیم پیکر ۱۲۵ نصف پیکر ۱۲۵ سید پیکر ۱۲۵	۸۰، ۶۵	$1\frac{2}{3}$	۱۳
۲ آتہ ۵ آتہ	۳۰ من	۱۰ دن	۴۶/۸۱۰	۳۲	۱۴
۳ شلنگ پس ۸ = ۸ = ۱	۱	۹۲۸ روپے ۲	۹ روپے	۳ من ۵ من	۱۵
۱۸ ۲۸۹ ۱۸۳ ۲۸۹	دست دقت ۸ پیکر ۲۸۹ ۱۸۳ ۲۸۹	۲۲ $\frac{1}{2}$ میل	۳۲۳ روپے	برام ۴۰ دن آتا ۲ دن چاندن ۳۰ دن	۱۶
۲۰۰ روپے ۱۰۰ اونٹ	۲ $\frac{1}{2}$ من	۱۴ میل	۱۲ روپے	۴ فیصد نقصان	۱۷
۲۳ روپے	۴۲۰ روپے	۵۰ روپے ۵۰ روپے	۱۶۸ من ۱۴۴ من	۷۶۹۹:۶۸۳۶	۱۸
منٹ ۴۵ پیکر	۸ پیکر ۹ منٹ ۳۲ $\frac{2}{4}$	۶۰ دن	۸۰ روپے	۱۰۰ روپے ۱۰۰ ۵۰ ۱۵۰	۱۹
۱۸ روپے ۵۰ ۲۸ روپے ۲	۸۲۸	۱۰۰	۱۰ گھنٹہ	۵۰	۲۰
۱۲۰ منٹ ۱۸ منٹ	۴۰ روپے	۱۲، ۱۵	۷ سال	۴۰، ۱۳۰، ۱۲۰	۲۱
۶ گھنٹہ ۴	۳۵، ۱۲ ۷۵، ۷۵	۱۶ سیر	۱۵ پیکر ۱۰ پیکر ۱۰ پیکر	۱۵ منٹ	۲۲
۹+۱۷-۱۳	۲۷+۱۰ ۲۷+۱۰ ۲۷+۱۰	۱۶ سیر	۳+۳+۳ ۳+۳+۳ ۳+۳+۳	۶ درجن	۲۳
۲- = ۷ ۳ = ۷	۵ پیکر ۵ پیکر	۱۲۹۶ آدی	۳+۳+۳ ۳+۳+۳ ۳+۳+۳	۲۲	۲۴

۵	۴	۳	۲	۱	نثری
۴۰ فٹ	طول = ۱۴ فٹ عرض = ۱۰ فٹ	گائے = ۱۰ روپے بھیتڑ = ۳ روپے	۳۰۰۰ روپے	۲۱	۲۵
۷۰ روپے	۹۶ بھیتڑ	۱ ۱/۲ میل	۲ ۱/۲ پونڈ	۳۲۴	۲۶
۴۰ روپے	$\left\{ \begin{array}{l} (1-1) + (1-1) + (1-1) \\ 2 \quad 2 \quad 2 \end{array} \right\}$ $\left\{ \begin{array}{l} (1-1) + (1-1) + (1-1) \\ 2 \quad 2 \quad 2 \end{array} \right\}$	۱۰۹ ۱۴۳ ۳۳ ۱۴۳	۱۸	۱۸ - ۱۸	۲۷
۷۲۰	۳۵	۱۶۰ دن	۳ - ۱۲	۲۸	
۳۰ سیر ۱۵ سیر	۲۰ دن	۷۵	۲ ۱/۲ گز	۲۹	
	۱۱، ۱۰	۲۰	۱۲ - ۴	۳۰	
۳۰، ۱۵۰ درجے	۴۳۵۶ گز	۹۹ میل	۲۲ فٹ	۳۱	
۶ ایکڑ ۱ روپے ۸-۸ پونڈ	۷۰۰ مربع فٹ = ۴۹۰۰	۱۶ مربع فٹ	۳۳:۴	۳۲	
۲۴ من ۳۰ سیر	۲ ۱/۲ فٹ	۷۵ مربع گز ۱۴ مربع اینچ	۱۶۰ ۲۹ مربع گز	۳۳	
۲۰، ۱۵ فٹ	۲۵ فٹ	۷ ۱/۲ فٹ	۳۵ جریب ۲۱ جریب	۳۴	
۸۵ - ۴۴ فٹ	۳ ۱/۲ مربع اینچ = ۴۵ ۶/۷	۲۷ ۱/۸ گز	۷ گز	۳۵	

ختم شد

(منظور عام ایکڑ تک پیرس بازار پیڈیا اخبار لاہور میں باہتمام ایم محمد حسین پرنسٹن پبلیشر پیپا)



Facebook | کتب خانہ طبیب

شرح نصاب فارسی ناول جدید

یونیورسٹی پنجاب نے جو چند سال سے سابقہ نصاب فارسی میں
ت سے اشعار اور مضامین کا جدید فارسی میں اضافہ کر کے دقیق اور
مکمل کر دیا ہے۔ کیونکہ اس نئی فارسی کے مضامین اور اشعار کی نہ تک
نیا طلباء کے لئے نہایت مشکل ہے۔ اس لئے ہم نے اس کام کو محسوس
کے طلباء کی خاطر عمدۃ الافاضل مولانا محمد اسماعیل صاحب فاضل سابق
ایڈماسٹر کو آمادہ کیا۔ مولانا صاحب موصوف نے نہایت محنت سے
اس کتاب کا ہامادہ اور سلیس ترجمہ۔ خطوط و حداثی تشریح۔ نونوں
در نکات ضروریہ کا حل۔ اور اشعار کا مطلب تشریح مشکلات کا حل
جدید فارسی الفاظ کی مکمل لغت۔ غرضیکہ کوئی ضرورت ایسی نہیں چھوٹی
جس کو اس کتاب میں پورا نہ کیا گیا ہو اور

سب سے بڑی خوبی

یہ ہے کہ قابل ترجمہ نے اصل کتاب یعنی نصاب فارسی میں جو بہت سی
طلباء ہیں ان کو درست کیا ہے اور شروع ہی میں فہرست اظلاط و دوح
رضیہ ہے کہ لائق مصنف موصوف نے تو اس کو سلیس اور سہل اور دو
جامعہ پسنے میں کوئی دقیقہ نہیں چھوڑا اور ہم نے اعلیٰ کتابت و طباعت
در برصغیر کاغذ و غیرہ لگانے میں کسر نہ رکھی۔ انہی خوبیاں اور اس آہ فیتہ
عاجیہ کے لئے کا پائے

مہر چند اینڈ سنز تاجران کتب موگامنی

فروزیہ

وامتی اگر آپ نہایت کامیابی کی تلاش فرماتے ہیں تو یہ کتاب آپ کو بیشک مطالعہ کریں

نام کتاب	کتاب	نام کتاب	کتاب
اصل پرچہ جات حساب تحریری اپنی ڈیٹ	۱۰	اصول و طریقہ تعلیم حساب اول	۱۴
تقریری نارمل	۱۱	مستفہ لالہ بہاری لال صاحب	۱۵
علم التعلیم اپنی ڈیٹ	۱۲	شرح لغت اردو نارمل	۱۶
مطالعہ قدرت	۱۳	خلاصہ فارسی نارمل	۱۷
جغرافیہ	۱۴	رہنمائے علم التعلیم سرکار حیدر آباد	۱۸
زبانہ فارسی یا تعلیم زبان	۱۵	ارمغان زبانہ فارسی حساب	۱۹
تجربہ سوالات امتحان نارمل بلا حل	۱۶	جغرافیہ مولوی لال دین صاحب	۲۰
پرچہ جات حساب نارمل	۱۷	لالہ رام رکھاش	۲۱
اصل حساب اور جیومیٹری اپنی ڈیٹ	۱۸	پندرہ نمبر سنگ لال صاحب	۲۲
تاریخ جغرافیہ حفظ محنت	۱۹	خلاصہ جغرافیہ پنجاب سون لال صاحب	۲۳
فارسی	۲۰	ہندوستان	۲۴
اردو	۲۱	جغرافیہ جدید مولوی لال دین صاحب	۲۵
سائنس	۲۲	شاہراہ جغرافیہ لالہ دینا ناتھ صاحب	۲۶
سنگرت ہندی	۲۳	دستور نارمل سکول جالندھر	۲۷
انگلش و دانس	۲۴	آئینہ بچی	۲۸
مجموعہ - پرچہ جغرافیہ حل مہین حساب	۲۵	جغرافیہ عالم حصہ اول و دوم	۲۹
ایکڑا جیومیٹری زبانہ فارسی	۲۶	نہایت اہمیت کی کتاب	۳۰
جغرافیہ حفظ محنت اردو - فارسی	۲۷		
ڈراما نگار ذرا محنت تربیت ناردرج ہیں	۲۸		

مہر چند اینڈ سنز تاجران کتب موگا ضلع فیروز پور